

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Комарова Светлана Юриевна

Должность: Проректор по образовательной деятельности

Дата подписания: 04.09.2024 11:48:05

Уникальный программный ключ:

43ba42f5deae41c0mcc1b1c70255970a77af4a7b787a

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Омский государственный аграрный университет имени П.А.Столыпина»**

Экономический факультет

ОПОП по направлению/специальности 38.03.01 Экономика

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине**

Б1.О.06 Высшая математика

Направленность (профиль) «Прикладная экономика и финансы»

Обеспечивающая преподавание дисциплины кафедра математических и естественнонаучных дисциплин

Разработчик,

канд. пед. наук, доцент

Н. В. Щукина

ВВЕДЕНИЕ

1. Фонд оценочных средств по дисциплине является обязательным обособленным приложением к Рабочей программе.

2. Фонд оценочных средств является составной частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися указанной дисциплины.

3. При помощи ФОС осуществляется контроль и управление процессом формирования обучающимися компетенций, из числа предусмотренных ФГОС ВО в качестве результатов освоения дисциплины.

4. Фонд оценочных средств по дисциплине включает в себя: оценочные средства, применяемые для входного контроля; оценочные средства, применяемые в рамках индивидуализации выполнения и контроля фиксированных видов ВАРС; оценочные средства, применяемые для текущего контроля и оценочные средства, применяемые при промежуточной аттестации по итогам изучения дисциплины.

5. Разработчиками фонда оценочных средств по дисциплине являются преподаватели кафедры математических и естественнонаучных дисциплин, обеспечивающей изучение обучающимися дисциплины в университете. Содержательной основой для разработки ФОС послужила Рабочая программа дисциплины.

1. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ
учебной дисциплины модуля, персональный уровень достижения которых проверяется с
использованием представленных в п. 3 оценочных средств

Компетенции, в формировании которых задействована дисциплина		Код и наименование индикатора достижений компетенции	Компоненты компетенций, формируемые в рамках данной дисциплины (как ожидаемый результат ее освоения)		
код	наименование		знать и понимать	уметь делать (действовать)	владеть навыками (иметь навыки)
1			2	3	4
Универсальные компетенции					
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 _{УК-1} анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи	основные методы решения математических задач	анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	осуществлять декомпозицию задачи
		ИД-2 _{УК-1} находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	основные математические законы	решать поставленные задачи	критическим анализом найденной информации
		ИД-3 _{УК-1} рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	различные подходы к решению задач	рассматривать возможные варианты решения задачи	методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки

Общие критерии оценки и реестр применяемых оценочных средств

Категория контроля и оценки		Режим контрольно-оценочных мероприятий				
		само- оценка	взаимо- оценка	Оценка со стороны		Комис- сионная оценка
				препода- вателя	представителя производства	
1	2	3	4	5		
Входной контроль	1	Тестовые вопросы		Тестирование		
Индивидуализация выполнения*, контроль фиксированных видов ВАРС:	2					
- Типовой расчет (контрольная работа)	2.1			Проверка выполнений заданий типового расчета		
Текущий контроль:	3					
- Самостоятельное изучение тем	3.1	Вопросы для самоконтроля		Проверка выполнений заданий		
- самоподготовка в рамках практических (семинарских) занятий и подготовки к ним	3.2	Вопросы для самоподготовк и		Проверка выполнений заданий, опрос		
-проверочная работа	3.3			Проверка выполнения заданий		
- в рамках обще-университетской системы контроля успеваемости	3.4			Фронтальный контроль текущей успеваемости по контрольным неделям, установленным в университете		
Промежуточная аттестация* обучающихся по итогам изучения дисциплины	4					
Выходной контроль	4.1	Тестовые вопросы		Тестирование		
Зачет Экзамен	4.2	Вопросы к экзамену; пример экзаменационного билета		Проверка выполнения экзаменационных заданий		Комиссионная пересдача

* данным знаком помечены индивидуализируемые виды учебной работы

2.2 Общие критерии оценки хода и результатов изучения учебной дисциплины

1. Формальный критерий получения обучающимися положительной оценки по итогам изучения дисциплины:	
1.1 Предусмотренная программа изучения дисциплины обучающимся выполнена полностью до начала процесса промежуточной аттестации	1.2 По каждой из предусмотренных программой видов работ по дисциплине обучающийся успешно отчитался перед преподавателем, демонстрируя при этом должный (не ниже минимально приемлемого) уровень сформированности элементов компетенций
2. Группы неформальных критериев качественной оценки работы обучающегося в рамках изучения дисциплины:	
2.1 Критерии оценки качества хода процесса изучения обучающимся программы дисциплины (текущей успеваемости)	2.2. Критерии оценки качества выполнения конкретных видов ВАРС
2.3 Критерии оценки качественного уровня итоговых результатов изучения дисциплины	2.4. Критерии аттестационной оценки качественного уровня результатов изучения дисциплины

2.3 РЕЕСТР элементов фонда оценочных средств по учебной дисциплине

Группа оценочных средств	Оценочное средство или его элемент
	Наименование
1	2
1. Средства для входного контроля	Тестовые вопросы для проведения входного контроля
	Критерии оценки ответов на тестовые вопросы входного контроля
2. Средства для индивидуализации выполнения, контроля фиксированных видов ВАРС	Перечень задания к типовым расчетам
	Шкала и критерии оценивания типового расчета
	Задания к контрольной работе (заочная форма обучения)
	Шкала и критерии оценивания контрольной работы
3. Средства для текущего контроля	Вопросы для самостоятельного изучения темы
	Общий алгоритм самостоятельного изучения темы
	Критерии оценки самостоятельного изучения темы
	Вопросы для самоподготовки по темам практических занятий
	Критерии оценки самоподготовки по темам практических занятий
	Задания для проведения проверочной работы
	Шкала и критерии оценивания ответов на задания проверочной работы
4. Средства для промежуточной аттестации по итогам изучения дисциплины	Тестовые вопросы для проведения итогового контроля
	Шкала и критерии оценивания ответов на вопросы для проведения тестирования по результатам освоения дисциплины
	Экзаменационная программа по учебной дисциплине
	Пример экзаменационного билета
	Плановая процедура проведения экзамена
	Критерии оценки ответов на тестовые вопросы итогового контроля

2.4.1 Описание показателей, критериев и шкал оценивания в рамках дисциплины (зачет 1 семестр)

Индекс и название компетенции	Код индикатора достижений компетенции	Индикаторы компетенции	Показатель оценивания – знания, умения, навыки (владения)	Уровни сформированности компетенций		Формы и средства контроля формирования компетенций		
				компетенция не сформирована	минимальный		средний	высокий
				Оценки сформированности компетенций				
				Не зачтено			Зачтено	
				Характеристика сформированности компетенции				
				Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений и навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач	1. Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач. 2. Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач. 3. Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач.			
Критерии оценивания								
УК-1	ИД-1 _{УК-1}	Полнота знаний	основные методы решения математических задач	не знает основные методы решения математических задач	1. Поверхностно ориентируется в методах решения математических задач. 2. Свободно ориентируется в методах решения математических задач. 3. В совершенстве владеет основными методами решения математических задач.		заключительное тестирование; индивидуальное задание по типовому расчету; проверочная работа; контрольная работа (заочная форма обучения)	
		Наличие умений	анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	не умеет анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	1. Умеет анализировать задачу. 2. Умеет анализировать задачу, выделять ее базовые составляющие. 3. Умеет самостоятельно анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие			
		Наличие навыков (владение опытом)	осуществлять декомпозицию задачи	не владеет навыками осуществлять декомпозицию задачи	1. Имеет поверхностные навыки осуществлять декомпозицию задачи. 2. Имеет навыки осуществлять декомпозицию задачи. 3. Имеет прочные навыки осуществлять декомпозицию задачи.			
	ИД-2 _{УК-1}	Полнота знаний	основные математические законы	не знает основные математические законы	1. Поверхностно ориентируется в математических законах. 2. Свободно ориентируется в математических законах. 3. В совершенстве владеет основными математическими методами.			
		Наличие умений	решать поставленные задачи	не умеет решать поставленные задачи	1. Умеет решать элементарные задачи. 2. Умеет решать поставленные задачи. 3. Умеет самостоятельно ставить задачи и решать поставленные задачи			
		Наличие навыков (владение опытом)	критическим анализом найденной информации	не владеет критическим анализом найденной информации	1. Имеет поверхностные навыки владения критическим анализом найденной информации. 2. Имеет навыки владения критическим анализом найденной информации. 3. Имеет прочные навыки владения критическим анализом			

	ИД-З _{ук-1}	Полнота знаний	различные подходы к решению задач	не знает различные подходы к решению задач	найденной информации. 1. Поверхностно ориентируется в различных методах и подходах к решению задач. 2. Свободно ориентируется в ориентируется в различных методах и подходах к решению задач. 3. В совершенстве владеет основными методами и подходами к решению задач.	
		Наличие умений	рассматривать возможные варианты решения задачи	не умеет рассматривать возможные варианты решения задачи	1. Умеет рассматривать некоторые варианты решения задачи. 2. Умеет рассматривать возможные варианты решения задачи. 3. Умеет самостоятельно рассматривать возможные варианты решения задачи.	
		Наличие навыков (владение опытом)	методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	не владеет методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	1. Имеет поверхностные навыки владения методами оценивания вариантов решения задач. 2. Имеет навыки владения методами оценивания вариантов решения задач. 3. Имеет прочные навыки владения методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки.	

2.4.2 Описание показателей, критериев и шкал оценивания и этапов формирования компетенций в рамках дисциплины (экзамен 2 семестр)

Индекс и название компетенции	Код индикатора достижений компетенции	Индикаторы компетенции	Показатель оценивания – знания, умения, навыки (владения)	Уровни сформированности компетенций				Формы и средства контроля формирования компетенций
				компетенция не сформирована	минимальный	средний	высокий	
				Оценки сформированности компетенций				
				2	3	4	5	
				Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»	
				Характеристика сформированности компетенции				
				Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений и навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач	
Критерии оценивания								
УК-1	ИД-1 _{УК-1}	Полнота знаний	основные методы решения математических задач	Фрагментарные понятия основных методов решения математических задач	Неполные представления об основных методах решения математических задач	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных методах решения математических задач	Сформированные представления об основных методах решения математических задач	заключительно е тестирование; вопросы экзаменационн

		Наличие умений	анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	Фрагментарное умение анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	В целом успешное, но не систематическое умение анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	Сформированное умение анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие	ого задания; индивидуально е задание по типовому расчету; проверочная работа; контрольная работа (заочная форма обучения)
		Наличие навыков (владение опытом)	осуществлять декомпозицию задачи	Фрагментарное владение навыками осуществлять декомпозицию задачи	В целом успешное, но не систематическое владение навыками осуществлять декомпозицию задачи	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками осуществлять декомпозицию задачи	Сформированное владение навыками осуществлять декомпозицию задачи	
	ИД-2 _{ук-1}	Полнота знаний	основные математические законы	Фрагментарные понятия об основных математических законах	Неполные представления об основных математических законах	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных математических законах	Сформированные представления об основных математических законах	
		Наличие умений	решать поставленные задачи	Фрагментарное умение решать поставленные задачи	В целом успешное, но не систематическое умение решать поставленные задачи	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение решать поставленные задачи	Сформированное умение решать поставленные задачи	
		Наличие навыков (владение опытом)	критическим анализом найденной информации	Фрагментарное владение критическим анализом найденной информации	В целом успешное, но не систематическое владение критическим анализом найденной информации	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение критическим анализом найденной информации	Сформированное владение критическим анализом найденной информации	
	ИД-3 _{ук-1}	Полнота знаний	различные подходы к решению задач	Фрагментарные понятия о различных подходах к решению задач	Неполные представления о различных подходах к решению задач	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о различных подходах к решению задач	Сформированные представления о различных подходах к решению задач	
		Наличие умений	рассматривать возможные варианты решения задачи	Фрагментарное умение рассматривать возможные варианты решения задачи	В целом успешное, но не систематическое умение рассматривать возможные варианты решения задачи	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение рассматривать возможные варианты решения задачи	Сформированное умение рассматривать возможные варианты решения задачи	
		Наличие навыков (владение опытом)	методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	Фрагментарное владение методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	В целом успешное, но не систематическое владение методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	Сформированное владение методами оценивания вариантов решения задач, анализируя их достоинства и недостатки	

ЧАСТЬ 3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Часть 3.1. Типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков **3.1.1 Входной контроль**

Входной контроль знаний обучающихся является частью общего контроля и предназначен для определения уровня готовности каждого обучающегося и группы в целом к дальнейшему обучению, а также для выявления типичных пробелов в знаниях, умениях и навыках обучающихся с целью организации работы по ликвидации этих пробелов.

Одновременно входной контроль выполняет функцию первичного среза обученности и качества знаний по дисциплине и определения перспектив дальнейшего обучения каждого обучающегося и группы в целом с целью сопоставления этих результатов с предшествующими и последующими показателями и выявления результативности работы.

Являясь составной частью педагогического мониторинга качества образования, входной контроль в сочетании с другими формами контроля, которые организуются в течение изучения дисциплины, обеспечивает объективную оценку качества работы каждого преподавателя независимо от контингента обучающихся и их предшествующей подготовки, т. к. результаты каждого обучающегося и группы в целом сравниваются с их собственными предшествующими показателями. Таким образом, входной контроль играет роль нулевой отметки для последующего определения вклада преподавателя в процесс обучения.

Процедура проведения входного контроля

Процедура тестирования ограничена во времени и предполагает максимальное сосредоточение студента на выполнении теста, содержащего несколько тестовых заданий.

Студенту рекомендуется:

1. при неуверенности в ответе на конкретное тестовое задание пропустить его и переходить к следующему, не затрачивая много времени на обдумывание тестовых заданий при первом проходе по списку теста;
2. при распределении общего времени тестирования учитывать (в случае компьютерного тестирования), что в автоматизированной системе могут возникать небольшие задержки при переключении тестовых заданий.

Необходимо помнить, что:

1. тест является индивидуальным. Общее время тестирования и количество тестовых заданий ограничены и определяются преподавателем в начале тестирования;
2. по истечении времени, отведённого на прохождение теста, сеанс тестирования завершается;
3. допускается во время тестирования только однократное тестирование;
4. вопросы студентов к преподавателю по содержанию тестовых заданий и не относящиеся к процедуре тестирования не допускаются;

Тестируемому во время тестирования запрещается:

1. нарушать дисциплину;
2. пользоваться учебно-методической и другой вспомогательной литературой, электронными средствами (мобильными телефонами, электронными записными книжками и пр.);
3. использование вспомогательных средств и средств связи на тестировании допускается при разрешении преподавателя-предметника.
4. копировать тестовые задания на съёмный носитель информации или передавать их по электронной почте;
5. фотографировать задания с экрана с помощью цифровой фотокамеры;
6. выносить из класса записи, сделанные во время тестирования.

На рабочее место тестируемому разрешается взять ручку, черновик, калькулятор.

За несоблюдение вышеперечисленных требований преподаватель имеет право удалить тестируемого, при этом результат тестирования удаленного лица аннулируется.

Тестируемый имеет право:

Вносить замечания о процедуре проведения тестирования и качестве тестовых заданий.

Перенести сроки тестирования (по уважительной причине) по согласованию с преподавателем.

ВОПРОСЫ
для проведения входного контроля

1. Значение выражения $-12 \cdot 27^{2/3} + 18$ равно...
-18; -198; -90; -110.
2. Решением уравнения $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ является...
 $\pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi, n \in Z$; $(-1)^n \frac{2\pi}{3} + 2\pi, n \in Z$; $\frac{2\pi}{3} + 4\pi, n \in Z$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi, n \in Z$.
3. При $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$, $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ значение $\operatorname{ctg} \alpha$ равно...
4; -4; 0,25; - 0,25.
4. Все корни уравнения $\sqrt{2x^2 + 6x - 4} - x = 1$ содержатся в промежутке...
[-6;0); (-10;-6); [0,75;1,25]; (-7;1).
5. Значение выражения $\log_7 b$ при $\log_7 \sqrt{b} = 16$ равно...
8; 27; 32; 4.
6. Областью определения функции $y = \sqrt{\log_{0,5} x - 1}$ является множество...
 $(-\infty; 0,5]$; $(0; +\infty)$; $[0,5; +\infty)$; $(0; 0,5]$.
7. Областью определения функции $y = \sqrt{\log_{0,5} x - 4}$ является множество...
 $\left(0; \frac{1}{16}\right]$; $\left(-\infty; \frac{1}{16}\right]$; $\left[\frac{1}{16}; +\infty\right)$; $(0; 4]$.
8. Сумма целых решений неравенства $|3x + 1| + 2 \leq 7$ равна...
0; -3; -2; 1.
9. Площадь равностороннего треугольника со стороной 2 равна...
 $4\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; 2.
10. Высота равностороннего треугольника равна h , тогда его площадь равна...
 $\frac{h^2}{3}$; $\frac{h^2 \sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}h^2}{2}$; $\frac{h^2 \sqrt{2}}{2}$.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
ответов на вопросы входного контроля

- Оценка «отлично», если количество правильных ответов от 81-100%.
- Оценка «хорошо», если количество правильных ответов от 71-80%.
- Оценка «удовлетворительно», если количество правильных ответов от 61-70%.
- Оценка «неудовлетворительно», если количество правильных ответов менее 60%.

**Часть 3.2 . Средства
для индивидуализации выполнения, контроля фиксированных видов ВАРС**

Перечень примерных тем типовых расчетов

1 семестр

- **Элементы линейной алгебры:** Вычисление определителей высших порядков. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными методом Гаусса, методом обратной матрицы; по формулам Крамера. Исследование систем m линейных уравнений с n неизвестными.
- **Элементы векторной алгебры:** Основные понятия. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Векторное пространство.
- **Аналитическая геометрия:** Прямая линия на плоскости. Кривые второго порядка. Плоскость и прямая в пространстве.
- **Введение в математический анализ:** Вычисление пределов. Непрерывность функции.

2 семестр

- **Дифференциальное исчисление функции одной переменной:** Дифференцирование функции. Приложение производной к нахождению пределов. Приложение производной к исследованию функции и построению ее графика.
- **Функции нескольких переменных:** Частные производные функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных в замкнутой области.
- **Интегральное исчисление функции одной переменной:** Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Определенный интеграл. Основные методы интегрирования. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур и объемов тел вращения. Несобственные интегралы.
- **Дифференциальные уравнения:** Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка.
- **Ряды:** Числовые ряды. Степенные ряды.

**Задания для типовых расчетов
Элементы линейной алгебры**

Задание 1. Решите систему по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - 3y + z + u = 3; \\ x + 2z - u = 3; \\ 3x + y + z = 8; \\ 2y - 3z + 2u = 3. \end{cases}$$

Задание 2. Найдите, при каких значениях a система имеет единственное решение. Решите систему при заданном значении a : а) матричным способом; б) методом Гаусса.

$$\begin{cases} ax_1 - x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$a = 2$

Задание 3. Исследуйте систему и, в случае совместности, решите ее.

$$\begin{cases} x + 2y + 4z - 3u = 4; \\ 3x + 5y + 6z - 4u = 10; \\ 2x + 5y + 14z - 11 = 10; \\ 4x + 7y + 10z - 7u = 14. \end{cases}$$

Задание 4. Решите матричное уравнение, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A + X \cdot B = C^2$$

Элементы векторной алгебры.

Задание 1. В некотором базисе даны 4 вектора: Покажите, что векторы образуют базис. Найдите координаты вектора в этом базисе.

$$\bar{a} = \{4; 5; 2\}, \quad \bar{b} = \{3; 0; 1\}, \quad \bar{c} = \{-1; 4; 2\}, \quad \bar{d} = \{-4; 5; 6\}.$$

Задание 2. Найдите модуль вектора $\bar{c} = 2\bar{a} - 3\bar{b}$, если $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 2$, угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ равен 120° .

Задание 3. Выясните, лежат ли точки $A(-2; 1; 4)$, $B(0; -1; -3)$, $C(6; -3; -10)$ и $O(2; -6; 0)$ в одной плоскости.

Аналитическая геометрия

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC . Требуется:

1. Составьте уравнение стороны AB и найти ее длину.
2. Составьте уравнение высоты BD и найти ее длину.
3. Составьте уравнение медианы AM .
4. Через точку пересечения медиан проведите прямую, параллельную стороне AB .
5. Найдите угол $\angle A$.
6. Найдите координаты точки A' , симметричной вершине A , относительно точки D .
7. Запишите систему неравенств, определяющих ΔABC .

$$A(3; -1), \quad B(-3; 5), \quad C(9; 2).$$

Задание 2. В точке пересечения прямой $2x - 5y - 10 = 0$ с осями координат восстановлены перпендикуляры к этой прямой. Напишите их уравнения.

Задание 3. Найдите уравнение множества точек, расстояние каждой из которых от точки $A(3; 0)$ вдвое меньше расстояния от точки $B(-5; 0)$.

Задание 4. Составьте уравнение параболы, если вершина в точке $A(3; -3)$, а директриса $y - 3 = 0$.

Задание 5. Найдите проекцию точки D в плоскости ABC .

$$A(1; 3; 6)$$

$$B(2; 2; 1)$$

$$C(-1; 0; 1)$$

$$D(-4; 6; -3)$$

Задание 6. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1; 6; -3)$, перпендикулярно к прямой, проходящей через две точки $P(4; -2; 3)$ и $Q(3; -1; -2)$.

Введение в математический анализ

Задание 1. Найдите заданные пределы.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x \cdot (x + 3)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x \cdot \cos(x + 5\pi/2)}{x^2 + \arcsin 2x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{1+2x} - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{2}{\operatorname{tg} x} + 3 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + \frac{5}{\cos x} \right)$$

Задание 2. Исследуйте данные функции на непрерывность. Сделайте чертеж.

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} x+4, & \text{если } x < -1; \\ x^2+2, & \text{если } -1 \leq x < 1; \\ 2x, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

$$\text{б) } y = 9^{1/2-x}, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 2.$$

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задание 1. Найдите производные функций.

$$y = \frac{1}{3} x^3 \operatorname{tg} x + \ln \cos \sqrt{x} + e^{5x}$$

$$y = \ln \sqrt{\frac{x^2+1}{x+1}}$$

$$y = \arcsin \sqrt[3]{e^{x-8}}$$

$$x^3 y^3 - 2xy + 3x = 0$$

Задание 2. Применяя правило Лопиталя, найдите пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln |\sin 3x|}{(2x - \pi)^2}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - 4^{x^2} \right)^{\operatorname{tg} x}$$

Задание 3. Найдите приближенное значение с точностью 0,001
 $\operatorname{arctg} 1,05$

Задание 4. Проведите полное исследование функции и постройте ее график.

$$\text{а) } y = \frac{3 \ln x}{x}$$

$$\text{б) } y = x + \frac{1}{x}$$

Интегральное исчисление функции одной переменной

Задание 1. Найдите неопределенный интеграл.

$$\text{а) } \int \frac{4-3x}{e^{3x}} dx;$$

$$\text{б) } \int \operatorname{arctg} \sqrt{4x-1} dx.$$

Задание 2. Найдите неопределенный интеграл.

$$\text{а) } \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx;$$

$$\text{б) } \int \frac{3x+2}{x(x+1)^3} dx;$$

Задание 3. Найдите неопределенный интеграл.

$$a) \int \sin^3 x \sqrt[3]{\cos x} dx;$$

$$б) \int \frac{\sin^2 3x}{\cos^6 3x} dx.$$

Задание 5. Найдите неопределенный интеграл.

$$a) \int \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1} dx;$$

$$b) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{9-e^x}} dx;$$

$$c) \int \frac{dx}{(25-x^2)\sqrt{25-x^2}};$$

$$d) \int \frac{dx}{4-5\cos x}.$$

Задание 6. Вычислите определенный интеграл.

$$a) \int_0^1 \ln(x+1) dx$$

$$б) \int_0^7 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$$

Задание 7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$y=4(x-2), \quad y=(x-1)^2, \quad y=0;$$

Функции нескольких переменных

Задание 1. Найти и построить область определения функции.

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + 5; \quad ;$$

Задание 2. Найдите полный дифференциал функции.

$$z = y^2 \arcsin \frac{\sqrt{x}}{y};$$

Задание 3. Найдите экстремум функции.

$$z = x^2 + xy + 2y^2 + 7y - 5;$$

Задание 4. Найдите приближенное значение с точностью 0,001.

$$\sqrt{3,99 \cdot (1,02)};$$

Задание 5. Найдите параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов.

x_i	1.0	1.5	2.0	3.0	3.2
y_i	8.1	9.0	11.2	13.8	14.7

Дифференциальные уравнения

Задание 1. Решите дифференциальные уравнения первого порядка.

$$a) \quad xy' - y = x^3 \quad \text{при} \quad y(1) = 0,$$

$$б) \quad 2xy - 5 \ln y \cdot (1 - x^2) y' = 0$$

$$c) \quad y dy = (2y - x) dx$$

Задание 2. Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$y^3 y'' + 1 = 0$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$$

Задание 4. Найдите общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 9y = -8\sin 2x - 18e^{3x}$$

Ряды

Задание 1. Исследуйте сходимость знакоположительных рядов.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^{n/3}},$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(n+1)}{n+1},$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n} \right)^{n^2};$

Задание 2. Исследуйте ряды на условную и абсолютную сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{n^4 + 3} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+3)(2n+5)}$$

Задание 3. Найдите область сходимости степенного ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x+1)^n}{\sqrt{n}}$$

Задание 4. При указанных начальных условиях найдите три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд функции $y = f(x)$, являющейся решением заданного дифференциального уравнения.

$$y' = x^2 + y^2 - e^x$$

$$y(0) = 0$$

КРИТЕРИИ РЕЦЕНЗИРОВАНИЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

В процессе изучения математики студент должен выполнить ряд типовых расчетов, главная цель которых – оказать студенту помощь в его работе. Рецензии на эти работы позволяют студенту судить о степени усвоения им соответствующего раздела курса; указывают на имеющиеся у него пробелы, на желательное направление дальнейшей работы; помогают сформулировать вопросы для консультации с преподавателем (письменной или устной).

Не следует приступать к выполнению типового расчета до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу типового расчета вызывается тем, что студент не выполнил требование.

Типовые расчеты должны выполняться самостоятельно. Несамостоятельно выполненная работа не дает возможности преподавателю-рецензенту указать студенту на недостатки в его работе, в усвоении им учебного материала, в результате чего студент не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к зачету и экзамену.

Прорецензированные типовые расчеты вместе со всеми исправлениями и дополнениями, сделанными по требованию рецензента, следует сохранять. Без предъявления преподавателю прорецензированных контрольных работ студент не допускается к получению зачета и сдаче экзамена.

При выполнении типовых расчетов надо строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Типовой расчет следует выполнять в отдельной тетради, чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия, имя и отчество студента, название дисциплины, факультет, группа, номера варианта выполненного задания.

3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту. Типовые расчеты, содержащие не все задачи задания, а также содержащие задачи не своего варианта, возвращаются на доработку.

4. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

7. После получения прорецензированной работы, как не зачтенной, так и зачтенной, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты и выполнить все рекомендации рецензента.

Если рецензент предлагает внести в решения задач те или иные исправления или дополнения и сдать их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок.

В случае незачета работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново.

При повторной сдаче типового расчета должна обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на нее. В связи с этим рекомендуется работу над ошибками делать в той же самой тетради. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.

- Если типовой расчет «не зачтен», следует сделать работу над ошибками в той же самой тетради, и еще раз сдать типовой расчет рецензенту.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

- «зачтено» выставляется за правильное выполнение в полном объеме всех заданий типового расчета с развернутым описанием этапов решения каждой задачи;

- «не зачтено» выставляется за выполнение не в полном объеме заданий типового расчета; за допущение грубых математических ошибок.

Перечень заданий для контрольных работ обучающихся заочной формы обучения 1 семестр

1. Дана система уравнений.
$$\begin{cases} x - 2y + z = 1, \\ 2x + 3y - z = 8, \\ x - y + 2z = -1. \end{cases}$$

Запишите ее в матричной форме и решите ее с помощью обратной матрицы.

2. Даны координаты векторов $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (4; 5; -2)$, $\vec{c} = (0; 1; 3)$, $\vec{d} = (8; 0; 6)$. Покажите, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис трехмерного векторного пространства и найдите координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

3. Даны вершины треугольника ABC : $A(-1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(1; 3)$. Найдите длину стороны AB ; уравнения сторон AB и AC и их угловые коэффициенты; внутренний угол A в радианах с точностью до $0,01$; уравнение высоты CD и ее длину; уравнение окружности, для которой высота CD есть диаметр; систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC .

4. Составьте уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояний до точки $A(1; 1)$ и до прямой $x = 3$ равно числу $\varepsilon = 1,5$. Полученное уравнение приведите к каноническому виду и постройте кривую.

5. Даны координаты точек ABC : $A(-1; 1; 3)$, $B(0; -2; 4)$, $C(1; 3; -2)$. Запишите векторы $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ в системе орт и найдите модули этих векторов. Найдите угол между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку C перпендикулярно вектору $\vec{AB}$.

6. Найдите указанные пределы.
- 1) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{arctg} x}$;
 - 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{4x+5}$.

7. Исследуйте функцию на непрерывность и постройте ее график $y = \frac{3}{3-x}$.

2 семестр

8. Найдите производные функций $y = \ln(4 - \cos 5x)$; $y = \sqrt[3]{5^{\operatorname{tg} 8x} - \arcsin^2 \frac{1}{x}}$; $\sin xy + x^3 - 8y = 7$.

9. Исследуйте функцию и постройте ее график $y = \frac{3x+1}{(3-x)^2}$.

10. Из квадратного листа со стороной a , вырезая по углам равные квадраты и сгибая края, необходимо сделать прямоугольную коробку наибольшего объема.

11. Исследуйте функцию на экстремум $y = x^2 + 2x - y^2 + 5y - 4$.

12. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^2 + 2x - y^2 + 5y - 4$ в прямоугольнике $-2 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 3$.

13. Найдите неопределенные интегралы. Результат интегрирования проверьте дифференцированием.

1) $\int \frac{dx}{x(5 - \ln^2 x)}$; 2) $\int \frac{6x dx}{x^2 + 2x + 2}$; 3) $\int x \cos 2x dx$.

14. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x$; $y = x + 4$.

15. Решите дифференциальное уравнение первого порядка $y' - y \operatorname{tg} x = -y^2 \cos x$.

16. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 4y = 4 \sin 2x - 8 \cos 2x$, удовлетворяющее начальным условиям $y'(0) = 0$, $y(0) = 0$.

17. Напишите первые три члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{n^2 3^n}$, найдите область сходимости данного ряда.

18. Вычислите $\int_0^1 \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{x} dx$ с точностью до 0,001.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

- «зачтено» выставляется за правильное выполнение в полном объеме всех заданий контрольной работы с развернутым описанием этапов решения каждой задачи;
- «не зачтено» выставляется за выполнение не в полном объеме заданий контрольной работы; за допущение грубых математических ошибок.

Часть 3.3 Средства для текущего контроля ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Операции над векторами. Скалярное произведение. Длина вектора, угол между двумя векторами. Ортогональность, коллинеарность, компланарность.

1. Понятие вектора. Геометрический вектор.
2. Действия над векторами.
3. Координаты вектора. Действия над векторами в координатной форме.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Метод координат на плоскости.

Преобразование системы координат. Параллельный перенос. Поворот.

Полярная система координат.

1. Система координат.
2. Параллельный перенос. Связь координат в «старой» и «новой» системе.
3. Поворот. Связь координат в «старой» и «новой» системе.

4. Связь координат в «старой» и «новой» системе с учетом поворота и переноса.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Полярная система координат.

1. Понятие полярной системы координат.
2. Угол. Радиус
3. Связь координат в прямоугольной и полярной системах.
4. Уравнения линий в полярной системе координат.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Метод координат в пространстве.

1. Система координат в пространстве.
2. Основные задачи. Определение направлений в пространстве.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Операции над комплексными числами.

1. Алгебраическая форма представления комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
3. Показательная форма записи комплексного числа.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Дифференциал функции.

1. Понятие и свойства дифференциала первого порядка.
2. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям.
3. Дифференциалы высших порядков.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Производные высших порядков.

1. Производная второго порядка. Физический смысл.
2. Производная второго порядка для функций, заданных параметрически.
3. Производная второго порядка неявно заданных функций.
4. Производные высших порядков.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Приложение определенного интеграла

1. Вычисление площадей плоских фигур.
2. Вычисление объемов тел вращений.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Функции нескольких переменных.

1. Производная по направлению.
2. Градиент функции.
3. Экстремум ФНП.
4. Условный экстремум ФНП.
5. Наибольшее и наименьшее значение ФНП в замкнутой области.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Кратные и криволинейные интегралы

1. Кратные интегралы. Двойные интегралы.
2. Приложения двойного интеграла.

3. Тройные интегралы.
4. Криволинейные интегралы.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Дифференциальные уравнения высших порядков

1. Основные понятия дифференциальных уравнений высших порядков.
2. Основные типы дифференциальных уравнений высших порядков.
3. Методы решения дифференциальных уравнений высших порядков.

ВОПРОСЫ

для самостоятельного изучения темы

Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям

1. Ряд Маклорена.
2. Ряд Тейлора.
3. Нахождение значения функции.
4. Вычисление интегралов.
5. Решение дифференциальных уравнений.

ОБЩИЙ АЛГОРИТМ

самостоятельного изучения темы

- 1) ознакомиться с рекомендованной учебной литературой и электронными ресурсами по теме, с нормативно-правовыми актами (ориентируясь на вопросы для самоконтроля);
- 2) подготовиться к решению задач в тестовой форме для прохождения выходного контроля.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

самостоятельного изучения темы

- «**зачтено**» выставляется, если студент на основе самостоятельно изученного материала, смог всесторонне раскрыть теоретическое содержание темы, способен применить полученные знания при решении практических задач, решить задания выходного контроля;
- «**не зачтено**» если студент на основе самостоятельно изученного материала, не смог раскрыть теоретическое содержание темы, не смог применить теорию при решении практических задач, не решил задачи выходного контроля.

ВОПРОСЫ

для самоподготовки к практическим занятиям

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Краткое содержание

Понятие матрицы, Действия над матрицами. Определители. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица. Ранг. Системы « n » линейных уравнений с « n » неизвестными. Формулы Крамера. Решение систем уравнений матричным способом. Метод Гаусса. Исследование решения систем m линейных уравнений с n неизвестными.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Что такое матрица?
2. Что называется определителем второго порядка? Что называется определителем третьего порядка?
3. Что такое алгебраическое дополнение и минор элемента матрицы?
4. Что такое обратная матрица?
5. Формулы Крамера.
6. Суть метода Гаусса для решения систем линейных уравнений.
7. При каком условии система трех линейных уравнений с тремя неизвестными имеет единственное решение?
8. При каких условиях система линейных уравнений не имеет решения? Имеет бесчисленное множество решений?

Раздел 2. Элементы векторной алгебры

Краткое содержание

Векторы. Линейные операции над векторами. Теоремы о проекции вектора на ось. Координаты вектора. Действие над векторами в координатах. Скалярное произведение двух векторов, его

свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме. Условие коллинеарности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения. Направляющие косинусы вектора. Векторное произведение двух векторов, его свойства и приложения к решению задач. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл. Условия компланарности трех векторов.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Что такое вектор?
2. Что относится к линейным операциям над векторами.
3. Формулы нахождения координат вектора и длины вектора.
4. Что называется скалярным произведением двух векторов?
5. Какими свойствами обладает скалярное произведение векторов?
6. Что называется векторным произведением двух векторов?
7. Какими свойствами обладает векторное произведение?
8. Что называется смешанным произведением трех векторов?

Раздел 3-4. Аналитическая геометрия

Краткое содержание

Общее уравнение прямой и его исследование. Уравнение прямой линии с заданным угловым коэффициентом. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Угол между двумя прямыми, условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса, параболы. Каноническое уравнение гиперболы. Общее уравнение кривых второго порядка, приведение его к каноническому виду. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку. Общее уравнение плоскости и его частные случаи. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Способы задания прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности. Угол между прямой и плоскостью в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Поверхности второго порядка.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Способы задания прямой на плоскости.
2. Взаимное расположение прямых на плоскости.
3. Определение окружности и ее каноническое уравнение.
4. Определение эллипса и его каноническое уравнение.
5. Определение гиперболы и ее каноническое уравнение.
6. Определение параболы и ее каноническое уравнение.
7. Способы задания прямой в пространстве.
8. Взаимное расположение прямых в пространстве.
9. Как аналитически можно задать плоскость?
10. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
11. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

Раздел 5. Комплексные числа

Краткое содержание

Комплексное число. Форма представления комплексного числа: алгебраическая, тригонометрическая, показательная. Изображение комплексного числа. Арифметические действия над комплексными числами. Формула Муавра.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Мнимая единица.
2. Модуль комплексного числа.
3. Аргумент комплексного числа.
4. Равные комплексные числа.
5. Сопряженные комплексные числа.
6. Сложение (вычитание) комплексных чисел.
7. Умножение комплексных чисел.
8. Деление комплексных чисел
9. Возведение в степень комплексного числа.
10. Извлечение корня.

Раздел 6. Введение в математический анализ. Элементы теории пределов

Краткое содержание

Множество действительных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции. Класс

элементарных функций. Числовые последовательности и их пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Предел функции. Бесконечно малые величины и их свойства. Бесконечно большие величины. Связь бесконечно больших и бесконечно малых. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Определение непрерывности функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность суммы, произведения и частного двух функций. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Какие величины называются постоянными? Переменными?
2. Сформулируйте определение функции.
3. Что называется областью определения функции? Областью изменения функции?
4. Назовите способы задания функциональной зависимости.
5. Перечислите основные элементарные функции
6. Что называется пределом функции.
7. Сформулируйте основные теоремы о пределах функции.
8. Какие величины называются бесконечно малыми? Бесконечно большими?
9. Перечислите свойства бесконечно малых и бесконечно больших величин.
10. Напишите формулы первого и второго замечательных пределов.
11. Какая функция называется непрерывной в точке? На отрезке?
12. Приведите классификацию точек разрыва функции.

Раздел 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Краткое содержание

Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к кривой. Производная постоянной, суммы, произведения и частного двух функций. Производная обратной функции. Таблица производных. Дифференцируемость функции. Связь понятий дифференцируемости и непрерывности. Производная сложной функции. Дифференциал функции. Связь дифференциала с производной. Геометрический смысл дифференциала функции. Приближенные вычисления с помощью дифференциала функции. Производные функции, заданной параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей и правило Лопиталя. Формула Тейлора. Условия возрастания и убывания функции. Локальный экстремум функции. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Исследование на экстремум функции с помощью производных второго порядка. Исследование графика функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построения графика функций.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

9. Что называется производной функции?
10. Каков геометрический смысл производной? Ее физический смысл?
11. Напишите правила и формулы дифференцирования основных элементарных функций.
12. Что называется дифференциалом функции?
13. Перечислите свойства дифференциала функции.
14. Напишите формулу, позволяющую находить приближенное значение функции при помощи ее дифференциала.
15. Как найти производные высших порядков.
16. Какая функция называется возрастающей? Убывающей?
17. Какие точки называются критическими точками функции?
18. Какая кривая называется выпуклой? Вогнутой?
19. Что называется точкой перегиба кривой?

Раздел 8. Интегральное исчисление функции одной переменной

Краткое содержание

Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные приемы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, как предела интегральных сумм. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном

интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Какая функция называется первообразной для данной функции?
2. Что называется неопределенным интегралом от данной функции?
3. Назовите свойства неопределенного интеграла.
4. Напишите табличные формулы неопределенных интегралов.
5. В чем сущность метода подстановки в неопределенном интеграле?
6. Напишите формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
7. Что называется определенным интегралом?
8. Каков геометрический смысл определенного интеграла?
9. Назовите свойства определенного интеграла.
10. Напишите формулу Ньютона- Лейбница.
11. Напишите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле.

Раздел 9. Функции нескольких переменных

Краткое содержание

Понятие функции нескольких переменных. Область определения. Геометрический смысл функции двух переменных. Предел функции. Непрерывность. Основные свойства непрерывных функций. Частные приращения и частные производные функции. Дифференцируемость функции. Полное приращение и полный дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл. Частные производные сложных и неявных функций. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Применение полного дифференциала для приближенных вычислений. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума функции двух переменных.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Сформулируйте определение функции двух независимых переменных.
2. Что называется областью определения функции двух независимых переменных? Каково геометрическое изображение функции двух переменных?
3. Что называется частными производными первого порядка функции двух переменных?
4. Что называется полным дифференциалом функции двух переменных? Как его вычислить?
5. Как найти частные производные второго порядка функции двух переменных?
6. Что является необходимым условием экстремума функции двух переменных?
7. Сформулируйте достаточный признак экстремума функции двух переменных.

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Краткое содержание

Основные понятия и определения. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейная зависимость и линейная независимость функций. Определитель Вронского. Структура общего решения линейного однородного уравнения и линейного неоднородного уравнения. Решение линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Отыскание частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами методом подбора по виду правой части. Вариация произвольных постоянных (метод Лагранжа). Приложение дифференциальных уравнений в различных областях науки и техники. Понятие о системах дифференциальных уравнений.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Что называется дифференциальным уравнением?
2. Что называется общим решением дифференциального уравнения? Частным решением?
3. Каков геометрический смысл частного решения дифференциального уравнения первого порядка?
4. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным? Уравнением Бернулли? Укажите способ его решения.
5. Какое уравнение называется линейным дифференциальным уравнением второго порядка?
6. Какой вид имеет общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка? В зависимости от дискриминанта характеристического уравнения.
7. Как найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

Раздел 11. Ряды

Краткое содержание

Числовой ряд. Сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши. Абсолютная и условная сходимости. Теорема Лейбница. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов к приближенным вычислениям.

Вопросы для самоконтроля по разделу:

1. Что называется числовым рядом?
2. Какой числовой ряд называется сходящимся?
3. Что называется необходимым условием сходимости числового ряда?
4. Назовите достаточные признаки сходимости, основанные на сравнении рядов.
5. Назовите признак Даламбера сходимости рядов.
6. В чем состоит интегральный признак сходимости Коши? Какие ряды называются знакопеременными?
7. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
8. Какие знакопеременные ряды называются абсолютно сходящимися? Условно сходящимися?
9. Дайте определение степенного ряда и области его сходимости. Как найти область сходимости степенного ряда?
10. Запишите разложение в степенной ряд основных функций.
11. Что называется общим решением дифференциального уравнения? Частным решением?
12. Каков геометрический смысл частного решения дифференциального уравнения первого порядка?
13. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным? Уравнением Бернулли? Укажите способ его решения.
14. Какое уравнение называется линейным дифференциальным уравнением второго порядка?
15. Какой вид имеет общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка? В зависимости от дискриминанта характеристического уравнения.
16. Как найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

- «**зачтено**» выставляется, если студент смог применить полученные знания при решении практических задач;

- «**не зачтено**» , если студент не смог применить теоретический материал при решении практических задач.

ПРИМЕРНЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ на практические занятия

Тема. Матрицы и действия над ними

1. Найдите произведение матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & -5 \\ 9 & -6 & 8 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найдите A^4 , если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$.

3. Найдите значение многочлена $f(x)$ от матрицы A : $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$;

Тема. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Алгебраические дополнения и миноры. Теорема Лапласа

1. Докажите тождество $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a) \cdot (c-a) \cdot (c-b)$.

2. Решите уравнения: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0$.

3. Вычислите определители четвертого порядка:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

Тема. Решение систем линейных уравнений

1. Найдите ранг матрицы:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & -6 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Найдите матрицу, обратную матрице A , если:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Решите матричное уравнение: $XA + A^T = B$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Определите, при каких значениях параметра α система линейных уравнений имеет единственное решение:
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6, \\ 4x + y + \alpha z = 9, \\ 3x + 5y + 2z = 10. \end{cases}$$

5. Исследуйте систему уравнений относительно параметра α и найдите общее уравнение системы:

$$\begin{cases} \alpha x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + \alpha x_2 + x_3 + x_4 = \alpha, \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 + x_4 = \alpha^2, \\ x_1 + x_2 + x_3 + \alpha x_4 = \alpha^3. \end{cases}$$

Тема. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его приложения

- В равностороннем треугольнике ABC точка M – есть середина стороны BC , точка O – центр тяжести треугольника. Имеет ли смысл каждое из выражений: 1) $\vec{AO}:\vec{AM}$, 2) $\vec{MO}:\vec{AO}$, 3) $\vec{OA}:\vec{OB}$? В случае утвердительного ответа найдите значение соответствующего выражения.
- Найдите вектор $\mathbf{x}$, коллинеарный вектору $\mathbf{a}=\{1,2,-3\}$ и удовлетворяющий условию $\mathbf{x} \cdot \mathbf{a} = 28$.
- Даны три вектора $\mathbf{a}=\mathbf{i}-2\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}-2\mathbf{k}$, $\mathbf{c}=10\mathbf{i}+4\mathbf{j}+2\mathbf{k}$. Найдите $\text{Pr}_{\mathbf{b}}(2\mathbf{a}-3\mathbf{c})$.

Тема. Векторное произведение векторов и его приложения

1. Найти векторное произведение векторов $\mathbf{a} = i - 3j + 2k$ и $\mathbf{b} = 6i + 5j - 4k$.
2. Даны векторы $\mathbf{a} = \{-4, -8, 8\}$, $\mathbf{b} = \{4, 3, 2\}$. Найдите их векторное произведение, синус угла между ними, площадь параллелограмма, построенного на этих векторах.

Тема. Смешанное произведение векторов и его приложения

1. Вычислите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\mathbf{a} = \{3, 4, 6\}$, $\mathbf{b} = \{4, 1, 1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 0, 3\}$.
2. Проверьте, лежат ли точки $A(5, -1, -1)$, $B(4, 2, 2)$, $C(5, 3, 1)$, $D(8, 0, -5)$ лежат в одной плоскости.
3. Даны вершины тетраэдра $A(4, 5, -3)$, $B(6, 3, 0)$, $C(8, 5, -9)$, $D(-3, -2, -10)$. Найдите объем тетраэдра. Определите длину его высоты, опущенной из вершины D .

Тема. Метод координат. Прямая на плоскости

1. Даны уравнения сторон треугольника $3x - 4y + 24 = 0$, $4x + 3y + 32 = 0$, $2x - y - 4 = 0$. Составьте уравнение любой биссектрисы треугольника.
2. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(4; 3)$ и отсекающей от координатного угла треугольник площадью 3 кв.ед.
3. Даны середины сторон треугольника $A(-1, -1)$, $B(1, 9)$, $C(9, 1)$. Составьте уравнения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Тема. Кривые второго порядка

$$M_1\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{6}}{4}\right), \quad M_2\left(-2; \frac{\sqrt{15}}{5}\right).$$

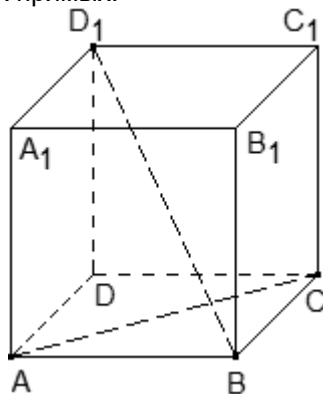
1. Составьте уравнение эллипса, проходящего через точки M_1 и M_2 . Постройте эллипс.
2. Составьте каноническое уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4 = 0$ с осью Ox .

Тема. Преобразование системы координат. Полярная система координат

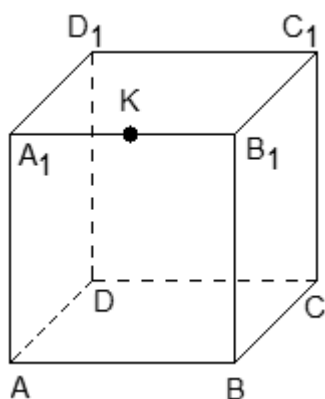
1. Построить линию, заданную уравнением в полярных координатах $r = 2 \sin 2\varphi$.
2. Известны прямоугольные декартовы координаты точки $Q(-4\sqrt{3}; -4)$. Не выполняя построения точки Q , найдите ее полярные координаты.

Тема. Метод координат в пространстве

1. Задача. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведены прямые AC и BD_1 . Найдите координаты направляющих векторов этих прямых.



2. Единичный куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ помещен в систему координат так, что оси x , y и z направлены вдоль ребер AB , AD и AA_1 соответственно, а начало координат совпадает с точкой A . Точка K — середина ребра $A_1 B_1$. Найдите координаты этой точки.



Тема. Плоскость

1. Покажите, что плоскости $5x-3y-26z-3=0$, $10x+3y+11z-42=0$, $20x-39y-23z+96=0$, $10x+21y+2z+21=0$ образуют тетраэдр.
2. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2; -1; 3)$ и параллельной двум неколлинеарным векторам $\vec{f} = (1; -1; 2)$, $\vec{c} = (2; 1; -3)$.

Тема. Прямая в пространстве

1. Напишите канонические уравнения прямой $\begin{cases} 3x - 4y + 5z - 10 = 0, \\ 6x - 5y + z - 17 = 0. \end{cases}$
2. Найдите угол между двумя прямыми $\frac{x-5}{7} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-6}{-8}$; $\frac{x-2}{11} = \frac{y-4}{-8} = \frac{z+1}{-7}$.

Тема. Прямая и плоскость в пространстве

1. Найдите угол между прямой $x = 5 + t$, $y = -3 + t$, $z = 4 - 2t$ и плоскостью $4x - 2y - 2z + 7 = 0$.
2. Найдите точку пересечения прямой $x = -6 + 2t$, $y = 7 - t$, $z = 8 - 3t$ и плоскости $3x - 4y + 5z + 16 = 0$.

Тема. Представление комплексных чисел. Области на комплексной плоскости

1. Постройте комплексные числа $z_1 = 5 + 2\sqrt{6}i$, $z_2 = 5 - 2\sqrt{6}i$.
2. Представьте число в алгебраической форме комплексное число $6\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$.

Тема. Операции над комплексными числами

1. Докажите, что $\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^3 + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3 = 2$.
2. Извлеките корни из комплексного числа $\sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$.

Тема. Предел функции

Найдите пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{1-x^3})$.
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$.
3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$.
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{2x^2 + 1} \right)^{3x^2}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3x^2 + 5x - 21)}{x^2 - 6x + 8}.$

Тема. Непрерывность функции

1. Определите точки разрыва функции и их вид: $y = \frac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4}.$

2. Исследуйте функции на непрерывность и постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{|x+2|}{x+2}, & x < -2, \\ \sqrt{4-x^2}, & -2 \leq x \leq 2, \\ \frac{1}{x-2}, & x > 2. \end{cases}$

Тема. Производная функции

Пользуясь правилами и формулами дифференцирования, найдите производные следующих функций

1. $y = \arctg(1 + \ln^2 x) + \cos^4 \frac{1}{x^3} + 4^{\frac{tg x}{2}}$

2. $x^2 \cdot \sin y + y^3 \cdot \cos x - 2x - 3y + 1 = 0$

Тема. Дифференциал функции

1. Найдите дифференциал второго порядка для функции $y = (1 + tg^2 3x) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$
 2. Найдите приближенное значение функции $\ln(1,02)$

Тема. Приложения производной

1. Найдите пределы, используя правило Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{3}{x}}$

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график $y = x \ln x$

Тема. Табличное интегрирование

Найдите неопределенные интегралы, используя свойства неопределенного интеграла и таблицу основных неопределенных интегралов:

1. $\int \frac{(x+k)^3}{x} dx.$

2. $\int \frac{1}{\sin 2x} dx.$

Тема. Интегрирование с помощью замены переменной. Интегрирование по частям

Найдите неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{\arctg^3 2x + x}{1 + 4x^2} dx.$

2. $\int 3^x \cos\left(\frac{x}{3} - 11\right) dx.$

Тема. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
Вычисление определённого интеграла с помощью метода подстановки, метода интегрирования по частям

Вычислите определенный интеграл

1. $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{3+2\cos x} dx.$

2. $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x}{\sin^2 x} dx.$

Тема. Приложения определённого интеграла

1. Вычислите длину дуги кривой $\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$.
2. Определите объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = 0$.

Тема. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода

Исследуйте сходимость (расходимость) интегралов

1. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^4(1+3^x)} dx.$

2. $\int_0^1 \frac{1}{\arctg x} dx.$

Тема. Основные понятия ФНП

1. Найдите и постройте область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$.
2. Постройте линии уровня функции $z = x^2 - y^2$.

Тема. Дифференцирование ФНП

1. Вычислите приближенно значение $\sqrt{tg^3 46^0 + 3e^{0,01}}$.
2. Найдите градиент данных функций в точке и его длину $z = xyz$ $M(1; 2; -3)$

Тема. Экстремум функций двух переменных.

Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. МНК

1. Исследуйте функцию на экстремум $z = e^{x+2y}$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $z = 2x^3 + 4x^2 - 2xy + y^2$ в области, ограниченной осью Oy , прямой $x + y = 3$ и параболой $y = x^2$.

Тема. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные

1. Найдите решение дифференциального уравнения первого порядка $y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$.
2. Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям $y' - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0$, $y(0) = 0$.

Тема. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли

1. Найдите решение дифференциального уравнения первого порядка $4y' + \frac{2y}{x+1} = \frac{x^3}{y^4}$.
2. Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям $(1-x^2)y' + 2xy = xy^2$, $y(0) = 0,5$.

Тема. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка

Найдите решение дифференциального уравнения второго порядка, допускающего понижение порядка.

1. $y'' = \sin 3x$.

2. $yy' + (y')^2 = 0$.

Тема. Дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью

Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

1. $y'' + 4y = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

2. $y'' - 2y' = e^{2x} + x^2 - 1$, $y(0) = \frac{1}{8}$, $y'(0) = 1$.

Тема. Числовые ряды: основные понятия. Необходимый признак сходимости ряда. Признак Даламбера, радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши, предельный признак сравнения

Исследуйте ряды на сходимость, применяя достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.

1. $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \dots$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+1}\right)^{\frac{9n}{2}}$.

Тема. Знакопередающие ряды, признак Лейбница. Условная и абсолютная сходимости ряда
Исследуйте ряды на условную и абсолютную сходимость

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3^n \cdot n!}$.

2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{6n+5}$.

Тема. Степенные ряды

Найдите область сходимости степенного ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x-2)^n}{n^n}$.

2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{3n} n^3}{2^{3n}}$.

Тема. Приложения степенных рядов

1. Вычислите $\int_0^{0.5} \frac{\sin x}{x} dx$ с точностью до 0,001., разложив подынтегральную функцию в степенной ряд.

2. Найдите с помощью степенных рядов решение уравнений при указанных начальных условиях $y' = 2y + x - 1$, $y(1) = 1$.

Шкала и критерии оценивания

выполненных практических заданий на практических занятиях

Критерии оценки выполнения заданий на практических занятиях

Зачтено Оценка «зачтено» выставляется студенту, если он правильно выполнил задание или есть ошибки, но он их устранил, после того как преподаватель направил выполненное задание на «доработку» с указанием замечаний

Не зачтено Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он неправильно выполнил задание и не устранил ошибки, после того как преподаватель направил задание на «доработку» с указанием замечаний

Проверочная работа

1. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x - 2y - z = -5, \\ x + 3y + 2z = 2, \\ 5x - 2y + 4z = -7. \end{cases}$$

2. При каких значениях α точки $A(\alpha; 7; -2)$, $B(3; 1; -1)$, $C(9; 4; -4)$, $D(1; \alpha; 0)$ лежат в одной плоскости.

3. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{a} \times \vec{b}| = 15$.

Проверочная работа

1. Вершины треугольника – точки $A(3; 6; 1)$, $B(-1; 3; 1)$, $C(2; -1; 1)$. Найти длину его высоты, проведенной из вершины C .
2. Составьте уравнение параболы, если ее вершина находится в точке $(3; -3)$, а директриса $y - 3 = 0$.
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 4)$ и параллельно плоскости $x + 2y - 3z + 4 = 0$.

Проверочная работа

1. Дайте определение производной функции в точке.
2. Запишите, чему равна производная функции $y = x^5$.
3. Запишите, чему равна производная функции $y = 5^x$.
4. Запишите, чему равна производная функции $y = \cos 5x$.
5. Запишите, чему равна производная функции $y = \operatorname{tg} \frac{x}{5}$.

Проверочная работа

1. Найдите указанные неопределенные интегралы и результаты интегрирования проверьте дифференцированием.

$$1. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^3}}; \quad 2. \int \frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x - 3} dx; \quad 3. \int \ln x dx.$$

$$2. \text{ Вычислите определенный интеграл } \int_1^2 \frac{1}{x^2} \cdot e^{1/x} \cdot dx$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной указанными линиями. Сделайте чертеж.
 $xy = 4;$ $x + y - 5 = 0.$

4. Вычислите объем тела, полученной при вращении оси Ox фигурой, ограниченной указанными линиями. Сделайте чертеж.

$$y = x^2 - 3x; \quad 3x + y - 4 = 0.$$

Проверочная работа

1. Решить дифференциальные уравнения:

$$a). x^2(dy - dx) = (x + y)ydx; b). (1 - x^2)dy + yxdx = 0; c). y''(e^x + 1) + y' = 0;$$

2. Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего указанным условиям:

$$y'' + 4y = 5e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3;$$

3. Исследовать сходимость рядов: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{\sqrt[3]{3n^9 - 4}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5n - 11}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n! \cdot 2^n}$.

4. Выяснить, сколько членов ряда надо взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0,0001: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^5 - 10}$.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Результаты самостоятельной работы определяют оценки.

- «зачтено», если студент решил верно более 61% предложенных задач;
- «не зачтено», если студент решил правильно менее 60%, предложенных задач.

Часть 3.5. Средства для промежуточной аттестации по итогам изучения дисциплины

Промежуточная аттестация — это элемент образовательного процесса, призванный определить соответствие уровня и качества знаний, умений и навыков обучающихся требованиям, установленным в рабочей программе учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация обучающихся проводится по всем учебным дисциплинам, модулям и практикам, включённым в рабочий учебный план по направлению подготовки (специальности).

ТЕСТОВЫЕ ВОПРОСЫ

для проведения тестирования по результатам освоения дисциплины

Подготовка к тестированию по итогам изучения дисциплины

Тестирование осуществляется по всем темам и разделам дисциплины, включая темы, выносимые на самостоятельное изучение.

Процедура тестирования ограничена во времени и предполагает максимальное сосредоточение студента на выполнении теста, содержащего несколько тестовых заданий.

Студенту рекомендуется:

3. при неуверенности в ответе на конкретное тестовое задание пропустить его и переходить к следующему, не затрачивая много времени на обдумывание тестовых заданий при первом проходе по списку теста;
4. при распределении общего времени тестирования учитывать (в случае компьютерного тестирования), что в автоматизированной системе могут возникать небольшие задержки при переключении тестовых заданий.

Необходимо помнить, что:

5. тест является индивидуальным. Общее время тестирования и количество тестовых заданий ограничены и определяются преподавателем в начале тестирования;
6. по истечении времени, отведённого на прохождение теста, сеанс тестирования завершается;
7. допускается во время тестирования только однократное тестирование;
8. вопросы студентов к преподавателю по содержанию тестовых заданий и не относящиеся к процедуре тестирования не допускаются;

Тестируемому во время тестирования запрещается:

7. нарушать дисциплину;
8. пользоваться учебно-методической и другой вспомогательной литературой, электронными средствами (мобильными телефонами, электронными записными книжками и пр.);
9. использование вспомогательных средств и средств связи на тестировании допускается при разрешении преподавателя-предметника.
10. копировать тестовые задания на съёмный носитель информации или передавать их по электронной почте;
11. фотографировать задания с экрана с помощью цифровой фотокамеры;
12. выносить из класса записи, сделанные во время тестирования.

На рабочее место тестируемому разрешается взять ручку, черновик, калькулятор.

За несоблюдение вышеперечисленных требований преподаватель имеет право удалить тестируемого, при этом результат тестирования удаленного лица аннулируется.

Тестируемый имеет право:

Вносить замечания о процедуре проведения тестирования и качестве тестовых заданий.

Перенести сроки тестирования (по уважительной причине) по согласованию с преподавателем.

Перечень тестовых вопросов

1. Разложение определителя $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & b_2 & 0 \\ c_1 & 0 & c_3 \end{vmatrix}$ по элементам второй строки имеет вид:

$$b_2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} - b_2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$$

2. Если $2X-A=7B$ и $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -7 & -1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$, то матрица X равна...

$$\begin{pmatrix} 11 & 7 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 & 11 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. В системе уравнений $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_2 + x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$ базисными переменными можно считать...

$$x_5 \quad x_4, x_5 \quad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \quad x_1, x_2, x_3$$

4. Даны три вектора $\bar{a} = (3; -6; -1; 7)$, $\bar{b} = (1; 1; -5; 0)$, $\bar{c} = (-2; 1; 3; -4)$. Найдите вектор $\bar{d} = \bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}$

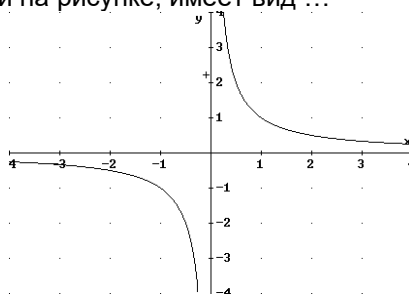
$$(-7; -5; 8; 11) \quad (7; -5; -14; 11) \quad (7; -3; -8; 11) \quad (-7; -8; 14; -11)$$

5. Смешанное произведение векторов $\bar{a} = (1, 2, 3)$, $\bar{b} = (1, 2, 0)$, $\bar{c} = (1, 0, 0)$ равно...

6. Прямая, проходящая через точки $M_0(1; 1)$ и $M_1(3; 4)$, параллельна прямой...

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1; \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1; \quad -\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1; \quad -\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1.$$

7. Уравнение линии, заданной на рисунке, имеет вид ...



$$x^2 + y^2 = 1 \quad y = \frac{-1}{x} \quad y = \frac{1}{x} \quad \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

8. Установите соответствия между уравнениями плоскости и точками, которые лежат в этих плоскостях:

1. $2x + y - 3z + 4 = 0$
2. $4y - z - 3x = 0$
3. $2x + 2y - 4 = 0$
4. $x + y + z - 3 = 0$

A. $(5; -1; 7)$

- Б. (0;0;0)
- В. (1;1;1)
- Г. (-2;0;0)
- Д. (1;1;0)

9. Расположите комплексные числа в порядке возрастания их модулей

$$0; \quad -1; \quad 1+i; \quad 2-3i$$

10. Количество точек разрыва функции $y = \frac{1}{\ln x}$ равно...

11. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ равен...

$$0 \quad -2 \quad -1 \quad 0,5$$

12. Установите правильное соответствие между функцией и ее производной.

- 1 tgx
- 2 $ctgx$
- 3 $\cos x$

А. $\frac{1}{\cos^2 x}$

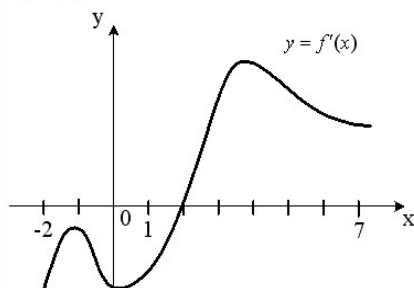
Б. $-\frac{1}{\sin^2 x}$

В. $\sin x$

Г. $\frac{1}{\sin^2 x}$

Д. $-\sin x$

13. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[-2; 7]$.



Тогда точкой минимума этой функции является...

$$2 \quad -2 \quad 0 \quad 7$$

14. Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ называется...

первообразная функции $f(x)$ функция, производная которой равна функции $f(x)$;
множество всех первообразных;

площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху функцией $f(x)$.

15. Для интеграла $\int \frac{dx}{(x+1)(x-2)}$ укажите разложение подынтегральной функции $\frac{1}{(x+1)(x-2)}$ на простейшие дроби...

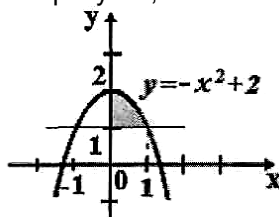
$$\frac{Ax}{x+1} + \frac{Bx}{x-2}$$

$$\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$$

$$\frac{Ax+B}{x+1} + \frac{Cx+D}{x-2}$$

другой ответ

16. Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



определяется интегралом...

$$\int_0^1 (1-x^2) dx$$

$$\int_0^1 (2-x^2) dx$$

$$\int_0^1 (-x^2-1) dx$$

$$\int_0^1 (x^2+2) dx$$

17. Среди указанных интегралов несобственными являются...

$$\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$$

$$\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int x^2 dx$$

$$\int_1^4 \frac{dx}{x^2}$$

18. Экстремум функции $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$ равен...

19. Установите соответствие между однородными линейными дифференциальными уравнениями и их характеристическими уравнениями:

1. $y'' - 4y = 0$

2. $y''' - y'' + 6y' = 0$

3. $y''' + 6y' - y = 0$

А. $\kappa^2 - 4 = 0$,

Б. $\kappa^3 - \kappa^2 + 6 = 0$

В. $\kappa^3 - \kappa^2 + 6\kappa = 0$

Г. $\kappa^3 + 6\kappa - 1 = 0$

Д. $\kappa^2 - 4\kappa = 0$

20. Сходящимися среди приведенных ниже числовых рядов являются...

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+5}$$

21. Установите соответствие между рядами и их названиями...

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin n}{n^2}$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n + 2}$$

- А. степенной
- Б. знакочередующийся
- В. знакоположительный

Критерии оценки

- Оценка «отлично», если количество правильных ответов от 81-100%.
- Оценка «хорошо», если количество правильных ответов от 71-80%.
- Оценка «удовлетворительно», если количество правильных ответов от 61-70%.
- Оценка «неудовлетворительно», если количество правильных ответов менее 60%.

3.6.1 Зачет (1 семестр)

Форма аттестации студентов зачет 1 семестр.

Участие студента в процедуре получения зачёта осуществляется за счёт учебного времени (трудоемкости), отведённого на изучение дисциплины.

Основные условия получения студентом зачёта:

зачет выставляется по результатам текущего контроля (текущей успеваемости в семестре) и итогового тестирования.

Плановая процедура получения зачёта:

- 1) Итоговое тестирование.
- 2) Преподаватель просматривает записи в журнале учёта посещаемости и успеваемости студентов.
- 3) Преподаватель выставляет «зачтено» в экзаменационную ведомость и в зачётную книжку студента.

3.6.2 Экзамен

Вопросы к экзамену по дисциплине Высшая математика за 2 семестр.

1. Понятие производной. Дифференцирование функций. Основные формулы и правила дифференцирования.
2. Производные высших порядков.
3. Правило Лопиталя-Бернулли.
4. Возрастание и убывание функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции. Выпуклость функций. Точки перегиба. Асимптоты.
5. Общая схема исследования функций. Построение графиков.
6. Понятие функции нескольких переменных. Область определения функции нескольких переменных и ее геометрическая интерпретация.
7. Геометрическое изображение функции двух переменных.
8. Частные производные первого порядка. Полный дифференциал. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
9. Частные производные высших порядков.
10. Экстремумы функций нескольких переменных.
11. Необходимое условие существования экстремума функции нескольких переменных. Достаточное условие существования экстремума функции нескольких переменных. Схема исследования на экстремум функции двух переменных.
12. Первообразная. Неопределенный интеграл и его геометрический смысл.
13. Основные свойства неопределенного интеграла.
14. Основные формулы интегрирования. Непосредственное интегрирование.
15. Метод подстановки.
16. Интегрирование по частям. Особый случай интегрирования по частям.
17. Понятие определенного интеграла.
18. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Замена переменной в определенном интеграле.
20. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
21. Площадь криволинейной фигуры в прямоугольных декартовых координатах.
22. Объем тела вращения.

23. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение, частное решение
24. дифференциального уравнения первого порядка. Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными.
25. Однородные функции. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка, их решения. Линейные уравнения первого порядка, их решения.
26. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
27. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
28. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с
29. постоянными коэффициентами.
30. Числовой ряд, его сумма. Сходимость ряда.
31. Необходимый признак сходимости. Достаточные признака сходимости рядов с положительными членами.
32. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
33. Степенные ряды. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
34. Разложение функций $y = e^x$; $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = (1+x)^m$; $y = \ln(1+x)$ в ряд Маклорена и их применение.

Типовой бланк экзаменационного билета

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Омский государственный аграрный университет имени П.А. Столыпина»
Кафедра математических и естественнонаучных дисциплин

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ по дисциплине Высшая математика

1. Производные высших порядков.
2. Числовой ряд, его сумма. Сходимость ряда
3. Решите дифференциальное уравнение $4xy' + 3y = -e^x x^4 y^5$
4. Найдите интеграл $\int \frac{dx}{(x+1)(x-2)}$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Омский государственный аграрный университет имени П.А. Столыпина»
Кафедра математических и естественнонаучных дисциплин

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №2 по дисциплине Высшая математика

1. Понятие определенного интеграла.
2. Экстремум функций нескольких переменных
3. Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$
4. Найдите производную второго порядка функции $y = 5 \cos 4x + 2x$ в точке $x = \frac{\pi}{4}$.

**ПЛАНОВАЯ ПРОЦЕДУРА
проведения экзамена**

Экзамен является формой контроля, который выставляется обучающемуся согласно «Положения о текущем контроле успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура) и среднего профессионального образования в ФГБОУ ВО Омский ГАУ», выполнившему в полном объеме все перечисленные в п.2-3 требования к учебной работе, прошедший все виды тестирования, выполнения типового расчета, самостоятельных работ с положительной оценкой. В случае неполного выполнения указанных условий по уважительной причине, обучающемуся могут быть предложены индивидуальные задания по пропущенному учебному материалу.

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. К экзамену допускаются студенты, выполнившие все виды работ, предусмотренные рабочей программой дисциплины и получившие зачет за первый семестр. На экзамене запрещено пользоваться справочными материалами, телефонами, компьютерами и другой техникой. В начале экзамена студент выбирает билет и готовит письменный ответ на листе не более 60 минут. После этого работы сдаются преподавателю на проверку, после которой проходит собеседование преподавателя со студентами по билету. Возможны дополнительные вопросы на усмотрение преподавателя по всем изученным темам в данном семестре.

Нормативная база проведения промежуточной аттестации обучающихся по результатам изучения дисциплины:	
1) действующее «Положение о текущем контроле успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура) и среднего профессионального образования в ФГБОУ ВО Омский ГАУ»	
6.2 Основные характеристики промежуточной аттестации обучающихся по итогам изучения дисциплины (1 семестр)	
Цель промежуточной аттестации -	установление уровня достижения каждым обучающимся целей и задач обучения по данной дисциплине, изложенным в п.2.2 настоящей программы
Форма промежуточной аттестации -	Зачет
Место процедуры получения зачёта в графике учебного процесса	1) участие обучающегося в процедуре получения зачёта осуществляется за счёт учебного времени (трудоемкости), отведённого на изучение дисциплины
	2) процедура проводится в рамках ВАРО, на последней неделе семестра
Основные условия получения обучающимся зачёта:	1) обучающийся выполнил все виды учебной работы (включая самостоятельную) и отчитался об их выполнении в сроки, установленные графиком учебного процесса по дисциплине; 2) прошёл заключительное тестирование.
Процедура получения зачёта	Представлены в Фонде оценочных средств по данной учебной дисциплине (см. – Приложение 9)
Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:	
Основные характеристики промежуточной аттестации обучающихся по итогам изучения дисциплины (2 семестр)	
Цель промежуточной аттестации -	установление уровня достижения каждым обучающимся целей обучения по данной дисциплине, изложенных в п.2.2 настоящей программы
Форма промежуточной аттестации -	экзамен
Место экзамена в графике учебного процесса:	1) подготовка к экзамену и сдача экзамена осуществляется за счёт учебного времени (трудоемкости), отведённого на экзаменационную сессию для обучающихся, сроки которой устанавливаются приказом по университету
	2) дата, время и место проведения экзамена определяется графиком сдачи экзаменов, утверждаемым деканом выпускающего факультета

Форма экзамена -	<i>Письменный</i>
Процедура проведения экзамена -	представлена в фонде оценочных средств по дисциплине (см. Приложение 9)
Экзаменационная программа по учебной дисциплине:	1) представлена в фонде оценочных средств по дисциплине (см. Приложение 9) 2) охватывает разделы (в соответствии с п. 4.1 настоящего документа)
Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:	представлены в фонде оценочных средств по дисциплине (см. Приложение 9)

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

«отлично» – за глубокие и прочные знания теоретического материала (определение понятий, доказательство теорем, взаимосвязь между понятиями) и умение применять его при решении задач.

«хорошо» – ответ не содержит грубых ошибок, материал освещается полностью, теоретический материал применяется при решении задач, но возможны недочеты, устраняемые после наводящих вопросов.

«удовлетворительно» – за знание отдельных основных понятий и теорем, умение решать стандартные типовые задач.

«неудовлетворительно» – за незнание основных понятий, правил, свойств, неумение применять теоретический материал для решения типовых задач.