43ba42f5deae4116bbfcbb9ac98e39108031227e81add207cbee4149f2098d7a

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Омский государственный аграрный университет имени П.А. Столыпина»

Университетский колледж агробизнеса

ППССЗ по специальности 21.02.19 Землеустройство

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ППССЗ

__________Е.М. Капранова
«______»___________2023г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ
по учебной дисциплине

Математика

Специальность: 21.02.19 Землеустройство

Ведущий преподаватель (руководитель) дисциплины		Е.И. Терещенко
Председатель методического совета		М.В. Иваницкая

Омск 2023

Пояснительная записка

Методические рекомендации по учебной дисциплине математика предназначены для выполнения самостоятельной работы обучающимися по специальности **21.02.19 Землеустройство**.

Самостоятельная работа выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Целью самостоятельной работы является овладение обучающимся умениями работать с источниками, аргументации собственной точки зрения.

Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов содержат дидактические материалы, которые предназначены для организации самостоятельной работы студентов 1 курса по математике, а также для осуществления контроля над знаниями, умениями и навыками.

Основная задача обучения математике для среднего профессионального образования заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения обучающимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования, а также в профессиональной деятельности, требующей достаточной высокой математической культуры, а так же закрепление, углубление и расширение знаний учебной дисциплины; приобретение студентами умений и навыков использования современных научно-технических средств, при решении конкретных практических задач.

При выполнении самостоятельной работы обучающийся самостоятельно осуществляет сбор, изучение, систематизацию и анализ информации, а затем оформляет информацию и представляет на оценку преподавателя или группы.

Предложенные в рекомендациях задания позволят успешно овладеть общими компетенциями:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

Виды самостоятельной работы

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Форма контроля	Максимальное кол-во баллов
1.	Работа с источниками	Устный ответ на занятии Составление аннотации	5
2.	Составление опорного конспекта (можно схему)	Опорный конспект	5
3.	Составление кроссворда	Письменные работы	5
4.	Решение практических задач	Письменные работы	5
5	Тестирование по индивидуальным тестам	Тестовые задания	5
6	Участие в научно-исследовательской деятельности	Выступление на конференции, конкурсах, олимпиадах	5
7	Итоговая проверка (в виде экзамена)	Промежуточная аттестация	5

Методические рекомендации по работе с источниками

Работа с источниками осуществляется с целью приобретения обучающимся навыков самостоятельного изучения учебного материала. Работа с источниками является важной составляющей при подготовке к занятиям.

Для подготовки к устному опросу необходимо прочитать текст источника, выделить главное, составить план ответа, повторить текст несколько раз. На учебном занятии полно, точно, доступно, правильно, взаимосвязано и логично изложить материал, иллюстрируя при необходимости примерами.

Работа с источником может быть предложена в форме аннотирования. Аннотация позволяет составить обобщенное представление об источнике. Для составления аннотации необходимо ответить на следующие вопросы:

1. Фамилия автора, полное наименование работы, место и год издания.
2. Вид издания (статья, учебник, и пр.)
3. Цели и задачи издания.
4. Структура издания и краткий обзор содержания работы.
5. Основные проблемы, затронутые автором.
6. Выводы и предложения автора по решению выделенных проблем.

Источник аннотирования определяет преподаватель, он же оценивает аннотацию, сданную в письменной форме.

Методические рекомендации по выполнению тестовых заданий

Выполнение тестовых заданий по дисциплине проводятся с целью проверки знаний студентов. Тестирование позволяет путем поиска правильного ответа и разбора допущенных ошибок лучше усвоить тот или иной материал по предмету.

При выполнении тестовых заданий необходимо учитывать:

1. Тесты рассчитаны на самостоятельную работу без использования вспомогательных материалов.
2. Для выполнения тестового задания, прежде всего, следует внимательно прочитать поставленный вопрос.

3. После ознакомления с вопросом следует приступать к прочтению предлагаемых вариантов ответа.
4. Необходимо прочитать все варианты и в качестве правильного ответа выбрать один индекс (цифровое либо буквенное обозначение).
5. Если в тестовом задании правильных ответов несколько, то это должно указываться в задании.
6. Баллы начисляются за задание, выполненное в полном объеме: так, если в задании предусмотрено два правильных ответа, а отмечен только один, выполнение данного задания оценивается нулем баллов.
7. Заданий, где правильный вариант отсутствует, в тесте не предусмотрено.
8. На выполнение теста отводится ограниченное время. Оно может варьироваться в зависимости от уровня тестируемых, сложности и объема теста. Как правило, время выполнения тестового задания определяется из расчета 30-45 секунд на один вопрос.

Методические рекомендации по составлению опорного конспекта

Опорный конспект составляется с целью обобщения, систематизации и краткого изложения информации. Составление опорного конспекта способствует более быстрому запоминанию учебного материала.

Составление опорного конспекта включает следующие действия:

1. Изучение текста учебного материала.
2. Определение главного и второстепенного в анализируемом тексте.
3. Установление логической последовательности между элементами.
4. Составление характеристики элементов учебного материала в краткой форме.
5. Выбор опорных сигналов для расстановки акцентов.
6. Оформление опорного конспекта.

Опорный конспект может быть представлен в виде схемы с использованием стрелок для определения связи между элементами; системы геометрических фигур; логической лестницы и т.д.

Оценкой опорного конспекта может служить качество ответа, как самого студента, так и других студентов его использовавших. Преподаватель также может проверить опорные конспекты, сданные в письменной форме. Допускается проведение конкурса на самый лучший конспект по следующим критериям: краткость формы; логичность изложения; наглядность выполнения; универсальность содержания.

Методические рекомендации по составлению кроссворда.

Кроссворды составляется с целью отображения информации в графическом виде для развития эрудиции, расширения словарного запаса, тренировки памяти, внимания. При составлении кроссвордов необходимо придерживаться принципов наглядности и доступности.

1. Кроссворд должен состоять из 7- 20 слов по заданной теме.
2. Кроссворд должен быть "Классический"
3. Оформлен на листе формата А4, вместе с вопросами
4. К кроссворду должны быть ответы на другом листе формата А4
5. На листе с кроссвордом и листе с ответами должны быть указаны тема кроссворда, № группы и автор работы.
6. Не допускается наличие "плашек" (незаполненных клеток) в сетке кроссворда.
7. Не допускаются случайные буквосочетания и пересечения.
8. Загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа.
9. Двухбуквенные слова должны иметь два пересечения.

10. Не допускаются аббревиатуры (ПО ПК и т.д.), сокращения (ур-я и др.).
11. Не рекомендуется большое количество двухбуквенных слов.
12. Все тексты должны быть написаны разборчиво, желательно отпечатаны.

Готовая работа представляется на контроль в письменном виде.

Методические рекомендации по решению практических задач

Практические задачи решаются с целью закрепить изученный материал и сформировать определенные умения и навыки, выработать у студента способность самостоятельно решать поставленные задачи, лаконично и структурировано формулировать ответ.

При решении задач студентам можно рекомендовать такую основную схему:

1) вспомнить теоретическую часть по теме;
2) выполнить решение примеров (задач), согласно образцу.

Объем задания определяет преподаватель.

Задания для самостоятельной работы

Самостоятельная работа №1

Тема: «Вычисление и сравнение корней. Преобразования выражений с корнями и степенями»

Цели: Закрепление знаний по выполнению тождественного преобразования над арифметическими корнями натуральной степени; вычисление и сравнение корней; преобразованию выражений, содержащих корни.

Задание 1. Сделать конспект по теме.

Краткая теория. Арифметическим корнем натуральной степени $n\geq 2$ из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n– ая степень которого равна a.

Свойства корней n-ной степени:

1) $(\sqrt[n]{a})^n = a$;
2) $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, если n-четное;
3) $\sqrt[n]{a^n} = a$, если n -нечетное
4) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$;
5) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;
6) $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$;
7) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$
8) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$;
9) если $a \geqslant b \geqslant 0$, то $\sqrt[n]{a} \geqslant \sqrt[n]{b}$

ПРИМЕРЫ 1

1.1. $\sqrt[3]{64} = 4$, так как 4 > 0 и 4^3= 64;

1.2. $\sqrt[3]{125} = 5$, так как 5 > 0 и 5^3= 125.

Из определения арифметического корня следует, что если $a \geq 0$, то $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ и $\sqrt[n]{a^n} = a$

Корень нечётной степени из отрицательного числа, a вычисляется следующим образом: $\sqrt[2k+1]{a} = -\sqrt[2k+1]{|a|}$

ПРИМЕРЫ 2: Вычислить $\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2$

а) $\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{27\cdot 3}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$;

б) $\sqrt[3]{\frac{256}{625}}:\sqrt[3]{\frac{4}{5}}=\sqrt[3]{\frac{256}{625}:\frac{4}{5}}=\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{4}{5}$;

в) $\sqrt[7]{5^{21}}=\sqrt[7]{\left(5^3\right)^7}=5^3=125$;

г) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}}=\sqrt[12]{2^{12}}=2$.

ПРИМЕРЫ 3: 3.1. Вычислить выражение: $\left(\sqrt{32}+\sqrt{45}-\sqrt{98}\right)\left(\sqrt{72}-\sqrt{500}-\sqrt{8}\right)$

Решение: сначала упростим каждый из имеющихся корней:

$\sqrt{32}=\sqrt{16\cdot 2}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{45}=\sqrt{9\cdot 5}=3\sqrt{5}$, $\sqrt{98}=\sqrt{49\cdot 2}=7\sqrt{2}$,

$\sqrt{72}=\sqrt{36\cdot 2}=6\sqrt{2}$, $\sqrt{500}=\sqrt{100\cdot 5}=10\sqrt{5}$, $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=2\sqrt{2}$

После этого заданное выражение примет вид:

$$\left(4\sqrt{2}+3\sqrt{5}-7\sqrt{2}\right)\left(6\sqrt{2}-10\sqrt{5}-2\sqrt{2}\right)=\left(3\sqrt{5}-3\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{2}-10\sqrt{5}\right)=$$
$$12\sqrt{10}-24-150+30\sqrt{10}=42\sqrt{10}-174=6\left(7\sqrt{10}-29\right)$$

Ответ: $6\left(7\sqrt{10}-29\right)$

3.2.Упростить выражение $\frac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}$, где a > 0, b > 0.

Решение: используя свойства арифметического корня, получаем

$$\frac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}=\frac{a^3b^2}{\sqrt[6]{a^{12}b^6}}=\frac{a^3b^2}{a^2b}=ab$$

Ответ: ab

3.3.Сравните числа: $3\sqrt{7}$ или $2\sqrt{17}$

Пояснение: $3\sqrt{7}=\sqrt{9\cdot 7}=\sqrt{63}$

$2\sqrt{17}=\sqrt{4\cdot 17}=\sqrt{68}$ 68>63, значит $\sqrt{62}>\sqrt{63}$

Задание 2. Выполнить действия (опираясь на конспект)

ПРИМЕРЫ 1. Сравните числа: 1). $\left(\sqrt{125}\right)^3$ и $5\left(\sqrt{5}\right)^7$; 2). $\left(2\sqrt[4]{2}\right)^{100}$ и $\left(\frac{1}{8}\right)^{-8}$; 3). $\frac{1}{\sqrt{2}}$ и $\left(\sqrt{8}\right)^{-10}$; 4. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$ и $\sqrt[13]{5}$; 5. $3\cdot\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[3]{81}$; 6. $\sqrt[12]{623}$ и $\sqrt[3]{5}$; 7. $\frac{1}{2}\sqrt{40}$ и $\frac{1}{3}\sqrt{99}$;
8. $\sqrt{7}+\sqrt{15}$ и 7; 9. $\left(1{,}2+\sqrt{5}\right)^{100}$ и 3^{100}

ПРИМЕРЫ 2**. Уровень А**

1. Упростите выражение: $\left(b^{\frac{5}{6}}\right)^3\cdot\sqrt[4]{b^3}$.

2.Упростите выражение $\sqrt{2a^5}\cdot\sqrt{18a^2}$.

3. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{m}}}{\sqrt[5]{\sqrt{m}}}$.

4. Упростите выражение: $\dfrac{4\cdot\sqrt[6]{4\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8\cdot\sqrt[3]{4}}}$.

5. Упростите выражение: $\grave{a}^{-3}\cdot\sqrt{9\grave{a}^{18}}$.

Уровень В

1.Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, *если* $a<0, c<0.$

2. Упростите выражение $\sqrt[3]{16ab^{12}}:\sqrt[3]{2a^4b^9}$.

3. Упростите для отрицательного *а* выражение $\sqrt[3]{54a^{2\frac{1}{3}}}\cdot\sqrt[3]{24a^{\frac{2}{3}}}$.

4. Упростите выражение $\dfrac{\left(\sqrt[3]{b^{-2}}\right)^2\cdot b^3}{\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}$

5. Упростите выражение $\sqrt{a^5}\cdot\sqrt{a^3}$.

6. Вычислите $\sqrt[4]{(-3)^2\cdot 2\cdot\sqrt[4]{8\cdot 9}}$

7. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{625}}$.

Уровень С

1**.** Упростите выражение $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

2. Упростите выражение $\sqrt[3]{4\sqrt{4m^6}}$.

3. Упростите выражение $\sqrt[nk]{5^{nk}\cdot a^k}$.

4. Упростите выражение $\sqrt[4]{2m^4}\cdot\sqrt[4]{128m^8},\quad m>0.$

5.Вычислите $0{,}3\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{15}+0{,}1.$

6. Упростите выражение $a\cdot\sqrt[4]{81a^3}$.

7. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt{236}\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt{59}}$.

Самостоятельная работа

Вариант 1 (кто в журнале под нечетным номером)

1Вычислить:а) $\sqrt{0{,}49}$; б) $\sqrt[3]{64}$; в) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$; г) $0{,}5\sqrt[4]{81}$;

д) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$; е) $(2\sqrt[3]{6})^3$; ж) $\dfrac{6}{(3\sqrt{2})^2}$; з) $-3\sqrt[3]{(-6)^3}$.

2 Упростить выражение: $(\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b})^6$

3 Вычислить: а) $(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})\cdot(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $(2\sqrt[3]{10})^3$.

4 Упростить выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}}-(\sqrt[5]{xy^2})^5$; б) $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}}-\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt[4]{xy}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}$.

5 Какие из следующих записей не имеют смысла?

$\sqrt[16]{3}$; $-\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[5]{0}$; $\sqrt[6]{-6}$; $\sqrt{-12}$; $\sqrt[7]{10}$; $\sqrt[8]{-22}$; $-\sqrt[9]{-7}$.

Самостоятельная работа

Вариант 2 (кто в журнале под четным номером)

1 Вычислить: а) $\sqrt{0{,}25}$; б) $\sqrt[5]{32}$; в) $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$; г) $0{,}7\sqrt[4]{81}$; д) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$;

е) $(2\sqrt[3]{4})^3$; ж) $\dfrac{6}{(2\sqrt{3})^2}$; з) $-3\sqrt[5]{(-7)^5}$.

2 Упростить выражение: $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6$

3 Вычислить: а) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}+\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{4\frac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{256}}$; б) $\sqrt[4]{17-\sqrt{33}}\cdot\sqrt[4]{17+\sqrt{33}}$.

4 Упростить выражение: $\dfrac{a-в}{a-\sqrt{в}}-\dfrac{a-в}{a+\sqrt{в}}$.

5 При каких значениях переменной а выражение имеет смысл?

$\sqrt{a}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{-a}$; $\sqrt{a^3}$; $\sqrt{-a^2}$; $\sqrt[8]{a}$; $\sqrt[4]{a}$; $\sqrt{-a^5}$; $\sqrt[5]{a^2}$; $\sqrt[6]{a^3}$.

Самостоятельная работа №2

Тема: «Решение иррациональных уравнений»

Цели: Рассмотреть решение уравнения различными методами.

Задание 1

1. Повторить теоретический материал по теме.
2. Оформить решенные уравнения в тетради.

Краткая теория. Первый тип иррациональных уравнений, который мы рассмотрим: $\sqrt[n]{f(x)} = a$.

Алгоритм их решения следующий:

1) Возводим обе части уравнения в n-ю степень: $\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = a^n$, $f(x) = a^n$.

2) Находим корни уравнения, полученного на первом шаге алгоритма: $f(x) = a^n$.

3) Выполняем проверку (если n – чётное). Подставляем каждый корень в исходное уравнение. Если получаем верное равенство, то корень подходит. Если неверное равенство, то нет.

ПРИМЕРЫ 1. Решить уравнения: 1) $\sqrt{x-2} = 1$, 2) $\sqrt{x-1} = -3$, 3) $\sqrt[3]{x-1} = -3$, 4) $\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$ – уравнение типа В7.

Решение: 1) В левой части стоит корень второй степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения во вторую степень:

$\left(\sqrt{x-2}\right)^2 = 1^2$; $x - 2 = 1$

Решаем полученное уравнение: $x = 3$.

Выполним проверку. Подставим найденный корень 3в исходное уравнение.

$\sqrt{3-2} = 1$

$\sqrt{1} = 1 - \text{верно}$.

2) В левой части стоит корень второй степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения во вторую степень: $\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (-3)^2$

$x - 1 = 9$; $x = 10$

Выполним проверку. Подставим найденный корень 10 в исходное уравнение:

$\sqrt{10-1} = -3$, $3 = -3 - \text{неверно}$.

Значит, число 10 не является корнем исходного уравнения. Таким образом, уравнение решений не имеет.

На самом деле то, что уравнение $\sqrt{x-1} = -3$ не имеет решений, можно сказать сразу. Так как в левой части стоит квадратный корень, а он принимает только неотрицательные значения, а в правой части стоит -3– отрицательное число.

3) В левой части стоит корень третьей степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения в третью степень:

$\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^3 = (-3)^3$; $x - 1 = -27$; $x = -26$

Так как степень корня нечётная, проверку можно не выполнять.

4) В левой части стоит корень второй степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения во вторую степень:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{5-2x}}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2; \quad \frac{1}{5-2x}=\frac{1}{9}$$

Воспользуемся правилом пропорции : $5-2x=9$; $-2x=4$; $x=-2$

Выполним проверку. Подставим найденный корень -2 в исходное уравнение:

$$\sqrt{\frac{1}{5-2\cdot(-2)}}=\frac{1}{3} \qquad \sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}-\text{верно}.$$

Значит, число -2 является корнем исходного уравнения.

Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)}=g(x)$ и $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$

Такие уравнения решаются по тому же алгоритму, что и уравнения вида $\sqrt[n]{f(x)}=a$ для $n=2$:
1) Возводим обе части уравнения в квадрат.
2) Решаем полученное уравнение. 3) Выполняем проверку.

ПРИМЕРЫ 2. Решить уравнения:

1) $\sqrt{-72-17x}=-x$ – уравнение типа В7,

2) $\sqrt{x^2+7x-2}=6-x$,

3) $\sqrt{x^2-x-6}=\sqrt{-2x}$.

Решение: 1) Возводим обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{-72-17x}\right)^2=(-x)^2$$

$$-72-17x=x^2$$

$$x^2+17x+72=0$$

Получили квадратное уравнение. Решим его:

$$D=b^2-4ac=17^2-4\cdot 72=1$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}; \quad x_1=\frac{-17+1}{2}=-8; \quad x_2=\frac{-17-1}{2}=-9$$

Выполним проверку:

$x = -8$: $\sqrt{-72 - 17 \cdot (-8)} = -(-8)$; $\sqrt{64} = 8 -$ верно.

$x = -9$: $\sqrt{-72 - 17 \cdot (-9)} = -(-9)$; $\sqrt{81} = 9 -$ верно.

Ответ: -9; -8.

2) Возводим обе части уравнения в квадрат.

$$\left(\sqrt{x^2 + 7x - 2}\right)^2 = (6 - x)^2$$

$$x^2 + 7x - 2 = 36 - 12x + x^2$$

$19x - 38 = 0$; $x = 2$

Выполним проверку. $x = 2$: $\sqrt{(2)^2 + 7 \cdot 2 - 2} = 6 - 2$, $\sqrt{16} = 4 -$ верно.

Ответ: 2.

3) Возводим обе части уравнения в квадрат.

$$\left(\sqrt{x^2 - x - 6}\right)^2 = \left(\sqrt{-2x}\right)^2$$

$x^2 - x - 6 = -2x$; $x^2 + x - 6 = 0$

Получили квадратное уравнение. Решим его:

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-6) = 25$$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \dfrac{-1 + 5}{2} = 2$; $x_2 = \dfrac{-1 - 5}{2} = -3$

Выполним проверку: $x = 2$: $\sqrt{2^2 - 2 - 6} = \sqrt{-2 \cdot 2}$; $\sqrt{-4} = \sqrt{-4}$

Обратите внимание: несмотря на то, что мы получили одинаковые выражения, 2 не будет корнем исходного уравнения, так как $\sqrt{-4}$ не определен (корень чётной степени из отрицательных чисел не определён):

$x = -3$: $\sqrt{(-3)^2 - (-3) - 6} = \sqrt{-2 \cdot (-3)}$; $\sqrt{6} = \sqrt{6} -$ верно.

Ответ: -3.

Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = a$ и $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$

ПРИМЕРЫ 3: Решить уравнения:

1) $\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2} = 4$,

2) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{11-x}$.

Решение: 1) Возведём в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\underbrace{\sqrt{x+2}}_{a} + \underbrace{\sqrt{3x-2}}_{b}\right)^2 = 4^2$$.

В левой части уравнения воспользуемся формулой $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$\left(\sqrt{x+2}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} + \left(\sqrt{3x-2}\right)^2 = 16$$

$$x + 2 + 2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} + 3x - 2 = 16$$

$$4x + 2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 16$$

Перенесём все слагаемые, кроме того, которое содержит корень, в одну часть уравнения:

$$2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 16 - 4x$$

$$\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 8 - 2x$$

$$\sqrt{(x+2)(3x-2)} = 8 - 2x$$

Мы получили уравнение вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$. С его решением мы уже знакомы.

Возводим в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\sqrt{(x+2)(3x-2)}\right)^2 = (8-2x)^2$$

$$(x+2)(3x-2) = 64 - 32x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 6x - 4 - 64 + 32x - 4x^2 = 0$$

$$-x^2 + 36x - 68 = 0$$

$$x^2 - 36x + 68 = 0$$

Получили квадратное уравнение. Решим его:

$$D = b^2 - 4ac = (-36)^2 - 4 \cdot 68 = 1024 = 32^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{36 + 32}{2} = 34$$

$$x_2 = \frac{36 - 32}{2} = 2$$

Выполним проверку. Подставляем корни в исходное уравнение:

$x = 34$: $\sqrt{34 + 2} + \sqrt{3 \cdot 34 - 2} = 4$; $6 + 10 = 4$ – **неверно**.

$x = 2$: $\sqrt{2 + 2} + \sqrt{3 \cdot 2 - 2} = 4$; $2 + 2 = 4$ – **верно**.

Ответ: *2.*

2) Возведём в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2}\right)^2 = \left(\sqrt{11-x}\right)^2$$

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} + \left(\sqrt{x+2}\right)^2 = \left(\sqrt{11-x}\right)^2$$

$$x - 1 + 2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} + x + 2 = 11 - x$$

Перенесём все слагаемые, кроме того, которое содержит корни, в одну часть уравнения:

$$2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} = 11 - x - x + 1 - x - 2$$

$$2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} = -3x + 10$$

$$2\sqrt{(x-1)(x+2)} = -3x + 10$$

Снова возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(2\sqrt{(x-1)(x+2)}\right)^2 = (-3x + 10)^2$$

$$4(x-1)(x+2) = (-3x + 10)^2$$

$$4x^2 + 4x - 8 = 9x^2 - 60x + 100$$

$5x^2 - 64x + 108 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-64)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 108 = 1936$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{64+44}{10} = 10{,}8$; $x_2 = \frac{64-44}{10} = 2$

Выполним проверку:

$x = 10{,}8$: $\sqrt{10{,}8-1} + \sqrt{10{,}8+2} = \sqrt{11-10{,}8}$; $\sqrt{9{,}8} + \sqrt{12{,}8} = \sqrt{0{,}2}$ – неверно.

$x = 2$: $\sqrt{2-1} + \sqrt{2+2} = \sqrt{11-2}$; $1 + 2 = 3$ – верно.

Ответ: *2.*

Решение иррациональных уравнений методом замены переменных

ПРИМЕРЫ 4: Решить уравнения:

1) $\frac{4}{\sqrt[5]{x}+2} + \frac{\sqrt[5]{x}+3}{5} = 2$

2) $\sqrt{x-2} + 2\sqrt[4]{x-2} = 3$

3) $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}} + \sqrt{\frac{x+3}{2-x}} = \frac{10}{3}$

Решение: 1) В уравнении переменная x встречается только в выражении $\sqrt[5]{x}$. Это подсказывает нам сделать замену $t = \sqrt[5]{x}$. В этом случае мы избавимся от переменной x и получим дробно-рациональное уравнение относительно переменной t, которое мы уже умеем решать:

$\frac{4}{t+2} + \frac{t+3}{5} = 2$.

Найдем ОДЗ. Знаменатель дроби не должен равняться нулю.

ОДЗ: $t + 2 \neq 0$; $t \neq -2$.

Теперь перенесём все слагаемые в одну часть уравнения и приведём их к общему знаменателю:

$$\frac{4}{t+2}^{(5} + \frac{t+3}{5}^{(t+2} - \frac{2}{1}^{(5(t+2)} = 0$$

$$\frac{20 + t^2 + 2t + 3t + 6 - 10t - 20}{5(t+2)} = 0$$

$$\frac{t^2 - 5t + 6}{5(t+2)} = 0$$

Избавимся от знаменателя, домножим на него обе части уравнения:

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$t_1 = \frac{5+1}{2} = 3 - \text{входит в ОДЗ}$$

$$t_2 = \frac{5-1}{2} = 2 - \text{входит в ОДЗ}$$

Теперь выполним обратную замену:

$\sqrt[3]{x} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{x} = 2$

$x = 27$ $\qquad$ $x = 8$

Ответ: 8 и 27.

2) Уравнение содержит корни разных степеней. Приведём сначала все корни к одинаковым степеням, используя уже известное нам равенство $\left(\sqrt[4]{a}\right)^2 = \sqrt{a}$. $\left(\sqrt[4]{x-2}\right)^2 = \sqrt{x-2}$

$$\left(\sqrt[4]{x-2}\right)^2 + 2\sqrt[4]{x-2} = 3$$

Мы видим, что в этом уравнении переменная x встречается только в выражении $\sqrt[4]{x-2}$. Это подсказывает нам сделать замену: обозначим $\sqrt[4]{x-2}$ через t. В этом случае мы избавимся от переменной x и получим квадратное уравнение относительно переменной t:

$$t^2 + 2t = 3$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16$$

$t_1 = \frac{-2+4}{2} = 1$; $\quad t_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$

Теперь выполним обратную замену:

1. $\sqrt[4]{x-2} = 1$.

Возведём обе части уравнения в 4 степень:

$\left(\sqrt[4]{x-2}\right)^4 = 1^4$; $x - 2 = 1$; $x = 3$

Выполним проверку:

$\sqrt{3-2} + 2\sqrt[4]{3-2} = 3$

$1 + 2 = 3$ – верно.

2. $\sqrt[4]{x-2} = -3$

Так как в левой части стоит неотрицательное выражение, а в правой – отрицательное, то уравнение решений не имеет.

Ответ: 3.

3) Выражения $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}$ и $\sqrt{\frac{x+3}{2-x}}$ обратные, заменим $t = \sqrt{\frac{2-x}{x+3}}$, тогда $\sqrt{\frac{x+3}{2-x}} = \frac{1}{t}$. Получаем дробно-рациональное уравнение относительно t: $t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$.

Избавимся от знаменателя, домножим обе части уравнения на $t\ (t \neq 0)$:

$$t^2 + 1 = \frac{10t}{3}$$

$$t^2 - \frac{10t}{3} + 1 = 0$$

$D = \frac{100}{9} - 4 \cdot 1 = \frac{64}{9}$; $t_1 = \dfrac{\frac{10}{3} + \frac{8}{3}}{2} = 3$; $t_2 = \dfrac{\frac{10}{3} - \frac{8}{3}}{2} = \frac{1}{3}$

Теперь выполним обратную замену:

1. $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}} = 3$.

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}\right)^2 = 3^2$$

$$\frac{2-x}{x+3} = 9.$$

Уравнение дробно-рациональное. Решим его:

ОДЗ: $x+3\neq 0$; $x\neq -3$

$$\frac{2-x}{x+3}-\frac{9^{(x+3}}{1}=0$$

$$\frac{2-x-9x-27}{x+3}=0$$

$$\frac{-10x-25}{x+3}=0$$

Избавимся от знаменателя, домножим обе части уравнения на $x+3$:

$$-10x-25=0$$

$$-10x=25$$

$x=-2{,}5$ – входит в ОДЗ.

Выполним проверку:

$$\sqrt{\frac{2-(-2{,}5)}{-2{,}5+3}}+\sqrt{\frac{-2{,}5+3}{2-(-2{,}5)}}=\frac{10}{3}$$

$3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$ – верно.

2. $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}=\frac{1}{3}$

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\frac{2-x}{x+3}=\frac{1}{9}$$

Уравнение дробно-рациональное. Решим его:

ОДЗ: $x+3\neq 0$; $x\neq -3$

$$\frac{2-x^{(9}}{x+3} - \frac{1^{(x+3}}{9} = 0$$

$$\frac{18-9x-x-3}{x+3} = 0$$

$$\frac{15-10x}{x+3} = 0$$

Избавимся от знаменателя, домножим обе части уравнения на $x+3$:

$$15 - 10x = 0$$

$$-10x = -15$$

$x = 1{,}5$ – входит в ОДЗ.

Выполним проверку:

$$\sqrt{\frac{2-1{,}5}{1{,}5+3}} + \sqrt{\frac{1{,}5+3}{2-1{,}5}} = \frac{10}{3}$$

$$\sqrt{\frac{0{,}5}{4{,}5}} + \sqrt{\frac{4{,}5}{0{,}5}} = \frac{10}{3}$$

$\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{9} = \frac{10}{3}$ – верно

Ответ: -2,5 и 1,5.
Задание 2. Решить уравнения (выполнить решение самостоятельно в тетради):

1) $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{5x - 2 - 2x^2} = 0,$
2) $\sqrt{x-1}\sqrt{x-2}\sqrt{x-3} = 0.$

Самостоятельная работа №3
Тема: «Решение показательных уравнений»
Цели: Рассмотреть решение уравнения различными методами.
Задание 1
1. Повторить теоретический материал по теме.
2. Оформить решенные уравнения в тетради.

ПРИМЕР 1: **I** $5^{2x} = 625$ **II** $5^{2x-6} = 25^{1.5x-4}$ **III** $3^{x^2-4} = 5^{2x}$

Решение: Решение:

$5^{2x} = 5^4$ $\quad\quad$ $5^{2x-6} = 5^{2(1.5x-4)}$

$2x = 4$ $\quad\quad$ $2x - 6 = 3x - 8$ $\quad$ Ответ: 2.

$x = 2$ $\quad\quad$ $x = 2$

Ответ: 2.

Решение III уравнения: $3^{x^2-4} = 5^{2x}$.

Так как $5 = 3^{\log_3 5}$, то данное уравнение можно преобразовать к виду

$$3^{x^2-4} = (3^{\log_3 5})^{2x}.$$

Это уравнение равносильно следующему: $x^2 - 4 = 2x\log_3 5$.

Корни квадратного уравнения $x^2 - 2x\log_3 5 - 4 = 0$ таковы:

$$x_{1.2} = \log_3 5 \pm \sqrt{\log_3^2 5 + 4}$$

Ответ: $x_{1.2} = \log_3 5 \pm \sqrt{\log_3^2 5 + 4}$

ПРИМЕР 2: $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^x = 5$

Решение:

$$3^x\left(4 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 6\right) = 5$$

$$3^x \cdot 45 = 5$$

$$3^x = \frac{1}{9}$$

$$3^x = 3^{-2}$$

$$x = -2$$

Ответ: -2.

Показательные уравнения, которые решаются методом введения новых переменных.

ПРИМЕР 3: $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$.

Так как $4^x = (2^x)^2$ и $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$, то данное уравнение перепишем в виде:

$$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 24 = 0.$$

Обозначим : $2^x = t$, где $t > 0$, получим уравнение $t^2 + 2t - 24 = 0$, корни которого $t_1 = -6$ и $t_2 = 4$.

Поэтому задача сводится к решению двух уравнений: $2^x = 4$ и $2^x = -6$.

Из первого уравнения $x = 2$, второе уравнение не имеет решения, так как $2^x > 0$ при любых x.

Ответ: 2.

I Вариант

а) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$

б) $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

II Вариант

а) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$

б) $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$

Решение.

I Вариант *а*) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$,

$3^x(2 \cdot 3 - 1) = 15$,

II Вариант *а*) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$,

$2^{x-1}(2^2 + 1 + 2) = 28$,

$3^x \cdot 5 = 15,$

$3^x = 3, \quad x = 1.$

Ответ: 1.

б) $9^x - 8\cdot 3^x - 9 = 0,$

$(3^x)^2 - 8\cdot 3^x - 9 = 0,$

Обозначим $3^x = t$, где $t > 0$, тогда

$t^2 - 8t - 9 = 0,$

$t_1 = 9, t_2 = -1,$

Возвращаемся к замене:

$3^x = 9, \ x = 2,$

$3^x = -1$, корней нет.

Ответ: 2.

$2^{x-1}\cdot 7 = 28,$

$2^{x-1} = 4,$

$2^{x-1} = 2^2, \ x - 1 = 2, \ x = 3.$

Ответ: 3.

б) $8\cdot 4^x - 6\cdot 2^x + 1 = 0,$

$8\cdot(2^x)^2 - 6\cdot 2^x + 1 = 0,$

Обозначим $2^x = t$, где $t > 0$, тогда

$8t^2 - 6t + 1 = 0,$

$t_1 = \frac{1}{2}, \ t_2 = \frac{1}{4}$

Возвращаемся к замене:

$2^x = \frac{1}{2}, \ x = -1,$

$2^x = \frac{1}{4}, \ x = -2.$

Ответ: -1, -2.

Существуют уравнение $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$, которые называются «показательно-степенные уравнения».

Если $f(x) > 0$ и $f(x) \neq 1$, то это уравнение, как и показательное, решается с помощью приравнивания показателей: $g(x) = h(x)$.

Если условием не исключается возможность $f(x) \le 0$ или $f(x) = 1$, приходится рассматривать несколько случаев.

ПРИМЕР 4: $(x^2 + x - 57)^{3x^2+3} = (x^2 + x - 57)^{10x}$

Решение: При решении данного показательно-степенного уравнения нужно рассмотреть 4 случая:

1) $(x^2 + x - 57) = 1$, т.е. $x^2 + x - 58 = 0.$

В этом случае уравнение примет вид: $1^{3x^2+3} = 1^{10x}$, т.е. $1 = 1$.

Значит корни уравнения $x^2 + x - 58 = 0$. являются корнями уравнения исходного.

Находим корни $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{233}}{2}$.

2) $x^2 + x - 57 = -1, \ x^2 + x - 56 = 0.$

В этом случае уравнение примет вид: $(-1)^{3x^2+3} = (-1)^{10x}$.

Этому уравнению могут удовлетворять только такие значения x, при которых $3x^2 + 3$ и $10x$ целые числа (поскольку отрицательное число (-1) можно возвести лишь в целую степень) одинаковой четности (т.е. либо оба четные, либо нечетные).

Из уравнения $x^2 + x - 56 = 0$ находим: $x_1 = -8, \ x_2 = 7.$

Значение $x_1 = -8$ не удовлетворяет уравнению $(-1)^{3x^2+3} = (-1)^{10x}$.

Значит $x = 7$ корень исходного уравнения.

3) Если $x^2 + x - 57 = 0$, то в этом случае уравнение примет вид: $0^{3x^2+3} = 0^{10x}$.

Этому уравнению могут удовлетворять только такие значения x, при которых $3x^2 + 3 > 0$ и $10x > 0$.

Напомним, что выражение 0^r имеет смысл только при $r > 0$.

Из уравнения $x^2 + x - 57 = 0$ находим корни $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{229}}{2}$.

Значение $x_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{229}}{2}$ не удовлетворяет условию $10x > 0$.

Следовательно, корень $x = \dfrac{-1 + \sqrt{229}}{2}$.

4) Если $x^2 + x - 57 > 0$ и $x^2 + x - 57 \neq 1$, то $3x^2 + 3 = 10x$, откуда находим $x_1 = 3$, $x_2 = \dfrac{1}{3}$.

Оба этих значения нужно проверить подстановкой в данное уравнение.

При $x = 3$, получим $(-45)^{30} = (-45)^{30}$ — верное равенство.

При $x = \dfrac{1}{3}$, $\left(\dfrac{4}{9} - 57\right)^{\frac{10}{3}} = \left(\dfrac{4}{9} - 57\right)^{\frac{10}{3}}$

Эта запись не имеет смысла. Значит, $x = 3$.

Подводим итоги, приходим к выводу, что данное уравнение имеет 5 корней.

Ответ: $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{233}}{2}$, $x_3 = 7$, $x_4 = \dfrac{-1 + \sqrt{229}}{2}$, $x_5 = 3$.

Задание2. Выполнить самостоятельно. Первый ряд – 1 вариант, второй ряд- второй вариант, 3 ряд-3 вариант.

Самостоятельная работа по теме «Показательная функция, показательные уравнения».

1 вариант

1. Сравните числа: 1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}$ и $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3}$; 2) 45^3 и 45^4;

2. Решите уравнение

1) $5^{2x+1}=25$;

2) $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{x^2-14x} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^{-45}$

3) $7^{x+1}-7^{x}=42$

4) $3^{2x}-4\cdot 3^{x}+3=0$

Самостоятельная работа по теме «Показательная функция, показательные уравнения».
2 вариант

1. Сравните числа: 1) $12^{5,6}$ и 12^{7}; 2) $\left(\frac{9}{11}\right)^{-5}$ и $\left(\frac{9}{11}\right)^{-1}$

2. Решите уравнение

1) $4^{5x-6}=16$

2) $0,5^{x^{2}-7x+10}=1$

3) $2^{x+2}+2^{x}+2^{x+1}=28$

4) $5^{2x}-6\cdot 5^{x}+5=0$

Самостоятельная работа по теме «Показательная функция, показательные уравнения».
3 вариант

1. Сравните числа: 1) $\left(\frac{3}{4}\right)^{8,6}$ и $\left(\frac{3}{4}\right)^{4}$; 2) 21^{-5} и 1

2. Решите уравнение

1) $4\cdot 12^{2x+3}=48$

2) $3^{x+2}-3^{x+1}+3^{x}=63$

3) $\left(\frac{7}{8}\right)^{2x^{2}-4x}=1$

4) $4^{\mathrm{x}}-5\cdot 2^{x}+4=0$

Самостоятельная работа №4
Тема: «Решение задач на применение свойств логарифмов»
Цели: Закрепить полученные знания по теме «Логарифм» вычислением логарифмов.
Задание 1. Составить кроссворд по теме.
Задание 2. Решить самостоятельно

1. Вычислить: а) $2^{\log_2 4}$ б) $2^{\log_2 32}$ в) $10^{\log_{10} 100}$ г) $\pi^{\log_\pi 18}$ д) $e^{\ln 5}$
2. Вычислить: а)$\log_3 3$ б) $\log_\pi \pi$ в) lg 10 г) lne д) $\log_{a+5}(a+5)$
3. Представить 1 в виде логарифма: а) с основанием 4; б)с основанием 10; в) с основанием е; г) с основанием -3; д) с основанием 5
4. Вычислить: а) $\log_3 1$; б) $\log_\pi 1$; в) lg1; г)ln1; д) $\log_3(-1)$

5. Представить 0 в виде логарифма а) с основанием 4; б) с основанием 10; в) с основанием е; г) с основанием -2; д) с основанием 3

6. Представить логарифм произведения в виде суммы логарифмов: а)$\log_3(2*7)$; б) $\log_\pi(a*b)$; в)$\lg(5*7)$; г)$\ln(11*3)$; д)$\log_3 26$
7. Представить сумму логарифмов в виде произведения: а)$\log_2 3+\log_2 5$; б)$\log_{0.7}2+\log_{0.7}18$; в)$\lg5+\lg7$; г)$\ln11+\ln2$; д)$\log_7 3+\log_7\pi$
8. Представить логарифм частного в виде разности логарифмов :

а)$\log_3\frac{11}{7}$; б)$\log_2\frac{a+b}{c}$; в)$\lg\frac{2}{5}$; г)$\ln\frac{\pi}{3}$; д)$\log_5\frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{4}}$

9. Представить разность логарифмов в виде частного:
а)$\log_2 3-\log_2 5$; б) $\lg13-\lg11$; в) $\ln b-\ln d$; г)$\log_7(a-b)-\log_7(a+b)$

Самостоятельная работа №5

Тема: «Решение логарифмических уравнений»

Цели: Уметь преобразовывать выражения и решать логарифмические уравнения.

Задание 1. Написать конспект по теме

Задание 2. Выполнить самостоятельно

1. Вам предложены уравнения. Ваша задача решить эти уравнения и соотнести ответы с соответствующей буквой. В результате должно получиться слово.

1. $\log_3(x^2+4x+12)=2$
2. $\log_9(8-x)=\log_9 5$
3. $\log_3(4-x)=2$
4. $\log_5(x+6)=\log_5(4x-3)$
5. $\log_{\frac{1}{3}}(6-5x)=-4$

Ключ

3	**-2**	**-3, – 1**	**-15**	**-7**	**-1**	**-5**	**0**	**12**
Е	**А**	**Н**	**Р**	**Д**	**О**	**П**	**З**	**Л**

Задание 3. Графический диктант.

А сейчас вы побудете в роли учителя. Вам необходимо определить верно ли найдены корни уравнения. Если верно, то вы рисуете «да» – ^, «нет» – Выписываете свой фигуры в одну строчку.

В-1	В-2
$\log_{\frac{1}{6}}(12-2x)=-2$, x = – 12	$\log_{\frac{1}{9}}(5-4x)=-2$, x = 5
. $\log_3(5+x)=3$, x= – 22	$\log_2(8-x)=4$, x = – 8
$\log_3(13+x)=\log_3 2$, x = – 11	$\log_3(8-x)=\log_3 10$, x = – 2
$\log_4(x+8)=\log_4(5x-4)$, x = 3	$\log_7(x+9)=\log_7(5x-7)$, x = – 4

Задание 4. Решить логарифмические уравнения

№ п/п	Уравнения	Комментарии *(даётся для слабых учащихся)*
1	$\log_3(9+x)=4$	Пользуясь определением

2	$\log_{\frac{1}{7}}(7-3x)=-2$	Пользуясь определением
3	$\log_3(14-x)=\log_3 5$	Потенцирование
4	$\log_2(1+x)=\log_2 4$	Потенцирование
5	$\log_3(x+4)=\log_3(2x-12)$	Потенцирование
6	$\log_8(x^2+x)=\log_8(x^2-4)$	Потенцирование
7	$\log_4(8-5x)=2\log_8 3$	Применить свойства логарифмов и затем потенцировать
8	$\log_2(8+3x)=\log_2(3+x)+1$	Применить свойства логарифмов и затем потенцировать
9	$\log_{x+5}4=2$	Пользуясь определением
10	$\log_8 2^{6x-3}=4$	Пользуясь определением, выход на показательное уравнение
11	$2^{\log_3(5x-3)}=4$	Показательное уравнение, привести к логарифмическому

Самостоятельная работа №6
Тема: «Решение задач на применение соотношений между тригонометрическими функциями одного аргумента»
Цели: Уметь применять тригонометрические формулы при выполнении заданий
Задание 1. Составить кроссворд по теме.
Задание 2. Выполнить самостоятельно

1.Известно, что $\cos\alpha=0{,}4, \frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$. Найдите $\sin\frac{\alpha}{2}$; $\cos\frac{\alpha}{2}$; $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

2.Найти $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ и $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$, если известно, что $\cos\alpha=-0{,}6$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

3. Известно, что $\cos\alpha=0{,}8$ и $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$. Найдите $\sin\frac{\alpha}{2}$; $\cos\frac{\alpha}{2}$; $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ и $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$

4. Известно, что $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=3$. Найти $\sin\alpha;\ \cos\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$

Самостоятельная работа №7
Тема: «Решение задач на преобразование тригонометрических выражений»
Цели: Закрепить и систематизировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
Задание 1

1.При всех допустимых значениях α доказать тождество $\frac{\cos\alpha-\cos 5\alpha}{\sin 5\alpha+\sin\alpha}=tg\,2\alpha$.

2.Упростить выражение $\dfrac{2\sin(\pi-\alpha)\cos\alpha}{\cos(\pi+\alpha)\sin^3\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin(\pi-\alpha)\cos^3\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$.

3.Доказать тождества:

а) $\dfrac{1-\cos 2t+\sin 2t}{1+\sin 2t+\cos 2t}=tgt$; б) $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)=\cos\alpha$.

4. Вычислить $\sin(\alpha+\beta)$, если $\cos\alpha=-\dfrac{8}{17},\ \cos\beta=\dfrac{4}{5},\ \pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}<\beta<2\pi$.

5. При всех допустимых значениях α упростить выражение:

а) $1+\cos 2\alpha-2\sin^2\alpha$; б) $\dfrac{2\sin^2\alpha}{1+\cos(\pi-2\alpha)}-\sin^2\alpha$.

Самостоятельная работа №8

Тема: «Простейшие тригонометрические уравнения»

Цели: Усвоить алгоритмы решения простейших тригонометрических уравнений, уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.

Задание 1 Выполнить конспект.

Краткая теория

Таблица 1. Корни тригонометрических уравнений

Уравнения	Корни
$\sin x=a,\ a\in[-1;1]$	$x=[-1]^n \arcsin a+\pi n,\ n\in Z$
$\sin x=1$	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$
$\sin x=-1$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$
$\sin x=0$	$x=\pi n,\ n\in Z$
$\cos x=a,\ a\in[-1;1]$	$x=\pm\arccos a+2\pi n,\ n\in Z$
$\cos x=1$	$x=2\pi n,\ n\in Z$
$\cos x=-1$	$x=\pi+2\pi n,\ n\in Z$
$\cos x=0$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$
$tg\ x=a$	$x=arctg\ a+\pi n,\ n\in Z$
$ctg\ x=a$	$x=arcctg\ a+\pi n,\ n\in Z$

ПРИМЕР 1. Вычислить: $2\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)+arcctg1$.

Решение: $2\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)+arcctg1=$

$$=-2\arcsin\frac{1}{2}+\left(\pi-\arccos\frac{1}{2}\right)+arctg1=-2\cdot\frac{\pi}{6}+\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

ПРИМЕР 2. Решить уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

Решение: По формуле частного случая: $\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ \ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z$.

ПРИМЕР 3. Решить уравнение: $2\cos 3x=-\sqrt{2}$.

Решение: Разделим левую и правую части уравнения на 2: $\cos 3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm\arccos a+2\pi n$ получаем:

$$3x=\pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n.$$

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

ПРИМЕР 4. Решить уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

Решение: Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1,\ \ tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$:

$$x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5},\ n\in Z.$$

Самостоятельная работа №9

Тема: «Определение предела функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы»

Цели: сформировать умение находить пределы последовательностей и пределы функций, использовать замечательные пределы для нахождения пределов.

Задание 1. Подготовиться к устному опросу, ответив на следующие вопросы:

1. Что такое предел функции?
2. Какие пределы называются односторонними?
3. Какой предел называют пределом на бесконечности?
4. Перечистите теоремы о пределах?
5. Сколько замечательных пределов вы знаете? Их формулировки?

Задание 2. Рассмотрите образцы вычисления пределов и решите другие задания самостоятельно

Пример 1. Вычислите пределы: $\lim_{x\to 2}(4x^2-6x+3)$

Решение: Используя теоремы о пределах, надо найти сумму и разность пределов, а потом просто подставить двойку в функцию, стоящую под знаком предела:

$\lim_{x\to 2}(4x^2-6x+3)=\lim_{x\to 2}4x^2-\lim_{x\to 2}6x+\lim_{x\to 2}3=4*2^2-6*2+3=7$

Ответ: $\lim_{x\to 2}(4x^2-6x+3)$=7

Пример 2. Вычислите пределы: $\lim_{x\to\infty}\frac{5}{2x}$

Решение: $\lim_{x\to\infty}\frac{5}{2x}=\frac{5}{\infty}=0$

Ответ: $\lim_{x\to\infty}\frac{5}{2x}=0$

Если имеем неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ или $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, то необходимы преобразования.

Пример 3. Вычислите пределы: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}$

Решение: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}=\frac{1-5+4}{1-3+2}=\frac{0}{0}$

Числитель и знаменатель дроби при x=1 равны $\left(\frac{0}{0}\right)$. Выполним тождественное преобразование (разложение числителя и знаменателяна множители и сократить на общий множитель)

$x^2-5x+4=0$

Д=b^2-4ac, д =25-4*1*4= 25 – 16 =9.

$X_1=\frac{5+3}{2}=4$ и $X_2=\frac{5-3}{2}=1$

$x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

Аналогично знаменатель: $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$.

Подставляем: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-4}{x-2}=\frac{-3}{-1}=3$

Ответ: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}=3$

Пример 4. Вычислите пределы: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$

Решение: Числитель и знаменатель дроби при x=∞ равны $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$. Необходимо использовать преобразование: деление числителя и знаменателя на максимальную степень x (в данном примере максимальная степень равна 2). Учитывая, что величина обратная бесконечно большой величине есть бесконечно малая величина, раскроем исходную неопределенность, либо вынести переменную в наибольшей степени в числители и знаменатели дроби и сократить на наибольшую степень.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2-3x-5}{x^2}}{\frac{1+x+3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}^{\to 0}-\frac{5}{x^2}^{\to 0}}{\frac{1}{x^2}^{\to 0}+\frac{1}{x}^{\to 0}+3}=\frac{2}{3}$$

Ответ: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}=\frac{2}{3}$

Пример 5. Вычислите пределы: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$

Решение: В этом примере пределы числителя и знаменателя при $x \to 0$ равны нулю. Необходимо числитель и знаменатель умножить на выражение, сопряженное числителю.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x})(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2+x-2+x}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{2}{5(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}=$$

$$\frac{\lim\limits_{x\to 0}2}{5\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}=\frac{2}{5*2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{10}$$

Ответ: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}=\frac{\sqrt{2}}{10}$

Примеры для самостоятельного решения: Вычислите пределы функций:

$\lim_{x\to 2} x^2$ $\lim_{x\to 9}(2x-4\sqrt{x})$ $\lim_{x\to 4}(\sqrt{x}-3x)$ $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}$ $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^x$ $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ $\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2-9}$ $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{x-4}$ $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ $\lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{4x+12}$ $\lim_{x\to 0}\frac{2x^3-2x^2}{8x^3-2x^2}$ $\lim_{x\to -2}\frac{x+2}{\sqrt{7-x}-3}$ $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$

$\lim_{x\to 0}\frac{6x^4-5x^3+x^2}{4x}$ $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}$ $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-8x+15}{x^2-25}$ $\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-8x+4}{5x^2-14x+8}$ $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^3-(1+3x)}{x^2+3x^3}$

$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+4x+5}{6x^2+3x-1}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x+2}{-x^2-4x+7}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{5x+2}{15x+7}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{9x^7+3x+5}{3x^7+8x-12}$

$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{3x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}$

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{3x}\right)^{4x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x+1}\right)^{3x}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+3}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{2x+3}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$

Самостоятельная работа №10

Тема: «Вычисление производных функций. Применение производной к решению практических задач»

Цели: сформировать умение находить производные функций, заданных в явном, логарифмическом и параметрическом виде, находить производные сложных функций, знать геометрический смысл производной. Повторить, обобщить и систематизировать знания о физическом смысле первой производной, способствовать выработке навыков в применении производной к решению задач.

Задание 1. Составьте конспект по теме (используя методические рекомендации).

Задание 2. Найти производные от функции:

1. $y=\frac{x^4}{4}-3x^2+6x-2$
2. $y=\frac{2x^5}{3}-\frac{3}{x}+x$

3. y=$\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}-\frac{1}{3x^3}$
4. y=$\frac{1}{\sqrt{x}}+2\sqrt{x}$
5. y=$\frac{1}{x}+2\sqrt[3]{x}-23$
6. y = 2tg x – 3 cos x
7. y = 7sin x+ 5e ^{x}
8. y=$\sqrt{x}$+ctg x
9. y=$2\sqrt[5]{x^3}+\ln x$
10. y= 2 sin x -6 tg x
11. y=$\frac{e^x}{\sqrt{5}}-\frac{\ln x}{\sqrt{3}}$
12. y=$x^4+ctg\,x$
13. y=$\frac{1}{2x}-e^x+\frac{1}{3}\ln x$
14. y=$\sqrt{2}\sin x-\frac{ctg\,x}{5}$
15. y=$e^x-\sin x+\cos x$
16. y = sin x cos x
17. y=$(x^2+x)\ln x$
18. y=tg x e^x
19. y = ctg x cos x
20. y=$(\sin x-\cos x)^2$
21. y=$\frac{x-1}{x+1}$
22. y=$\frac{x^2-2x}{\sin x}$
23. y=$\frac{\cos x}{x+2}$
24. y = sin x tg x
25. y = ctg x cos x

Самостоятельная работа №11

Тема: «Нахождение неопределенных интегралов различными и методами. вычисление определенных интегралов»

Цели: Закрепить умения интегрировать функцию, используя таблицу основных интегралов; закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами; площади криволинейной трапеции.

Задание 1. Таблица интегралов

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad (n \neq -1)$ $\quad \int (kx+b)^n dx = \frac{1}{k} \cdot \frac{(kx+b)^{n+1}}{n+1} + C, \ n \neq -1, k \neq 0$

2. $\int dx = x + C$ $\quad \int k dx = kx + C$ $\quad \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

3. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$ $\quad \int \frac{1}{kx+b} dx = \frac{1}{k} \cdot \ln(kx+b) + C, \quad k \neq 0$

4. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ $\quad \int \sin(kx+b)\, dx = -\frac{1}{k} \cdot \cos(kx+b) + C, \quad k \neq 0$

5. $\int \cos x dx = \sin x + C$ $\quad \int \cos(kx+b)\, dx = \frac{1}{k} \cdot \sin(kx+b) + C, \quad k \neq 0$

6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C \quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in \mathbf{Z}.$ $\quad \int \frac{dx}{\cos x} = ln\left|tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)\right| + C$

7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C \quad x \neq \pi n, \ n \in \mathbf{Z}$ $\quad \int \frac{dx}{\sin x} = ln\left|tg\frac{x}{2}\right| + C$

8. $\int tg\, x\, dx = -ln|\cos x| + C$

9. $\int ctg\, x\, dx = ln|\sin x| + C$

10. $\int e^x dx = e^x + C$ $\quad \int e^{kx+b} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{kx+b} + C, \quad k \neq 0$

11. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \ (a > 0)$

12. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$

13. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

14. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}\right| + C, \ |u| > |a|, \ a \neq 0.$

15. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$ $\quad \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C, a \neq 0$

16. $\int \sqrt{u^2 + a^2} du = \frac{u}{2}\sqrt{u^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln\left|u + \sqrt{u^2 + a^2}\right| + C, \ a \neq 0$

17. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{u}{a} + C, \ a \neq 0$

Используя таблицу интегралов, вычислите неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{3}{2t} dt$
2. $\int 3e^{u} du$
3. $\int x^2(1+2x)\, dx$
4. $\int \frac{3dx}{4\sqrt[4]{x}}$
5. $\int x^3(1+5x)dx$
6. $\int \frac{x\sqrt{x}dx}{\sqrt[4]{x^3}}$
7. $\int \frac{(x^2-3)^2}{x^4} dx$
8. $\int \frac{x^3+2}{\sqrt{x}} dx$
9. $\int \left(x + \sqrt{x} - 3x^5 - \frac{2}{x^3} - \frac{1}{sin^2 x}\right) dx$
10. $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3}\right) dx$
11. $\int \frac{2\sqrt{x}}{5x \cdot \sqrt[3]{x}} dx$
12. $\int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx$

Самостоятельная работа № 12

Тема: «Комплексные числа и действия над ними»

Цели: Закрепить выполнение арифметических действий над числами. Закрепить навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной форме записи.

Задание 1 . Сделать конспект по теме.

Критерии оценки внеаудиторной (самостоятельной) работы

Процент результативности	Балл (оценка)	Критерии оценивания
90-100%	5	— глубокое изучение учебного материала, литературы и нормативных актов по вопросу; — правильность формулировок, точность определения понятий; — последовательность изложения материала; — обоснованность и аргументированность выводов; — правильность ответов на дополнительные вопросы; — своевременность выполнения задания.
70-89%	4	— полнота и правильность изложения материала; — незначительные нарушения последовательности изложения; — неточности в определении понятий; — обоснованность выводов приводимыми примерами; — правильность ответов на дополнительные вопросы; — своевременность выполнения задания.
50-69%	3	— знание и понимание основных положений учебного материала; — наличие ошибок при изложении материала; — непоследовательность изложения материала; — наличие ошибок в определении понятий, неискажающих их смысл; — несвоевременность выполнения задания.
0-49%	2	— незнание, невыполнение или неправильное выполнение большей части учебного материала; — ошибки в формулировке определений, искажающие их смысл; — беспорядочное и неуверенное изложение материала; — отсутствие ответов на дополнительные вопросы; — отсутствие выводов и неспособность их сформулировать; — невыполнение задания.