Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Омский государственный аграрный университет имени П.А. Столыпина»

Университетский колледж агробизнеса

ППССЗ по специальности 19.02.11 Технология продуктов питания из растительного сырья

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ
по учебной дисциплине

Математика

Специальность: 19.02.11 Технология продуктов питания из растительного сырья

Ведущий преподаватель (руководитель) дисциплины		Е.И. Терещенко
Председатель методического совета		М.В. Иваницкая

Омск 2023

Пояснительная записка

Методические рекомендации по учебной дисциплине математика предназначены для выполнения самостоятельной работы обучающимися по специальности **19.02.11 Технология продуктов питания из растительного сырья**.

Самостоятельная работа выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Целью самостоятельной работы является овладение обучающимся умениями работать с источниками, аргументации собственной точки зрения.

Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов содержат дидактические материалы, которые предназначены для организации самостоятельной работы студентов 1 курса по математике, а также для осуществления контроля над знаниями, умениями и навыками.

Основная задача обучения математике для среднего профессионального образования заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения обучающимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования, а также в профессиональной деятельности, требующей достаточной высокой математической культуры, а так же закрепление, углубление и расширение знаний учебной дисциплины; приобретение студентами умений и навыков использования современных научно-технических средств, при решении конкретных практических задач.

При выполнении самостоятельной работы обучающийся самостоятельно осуществляет сбор, изучение, систематизацию и анализ информации, а затем оформляет информацию и представляет на оценку преподавателя или группы.

Предложенные в рекомендациях задания позволят успешно овладеть общими компетенциями:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях.

Виды самостоятельной работы

№ п/п	Вид самостоятельной работы	Форма контроля	Максимальное кол-во баллов
1.	Работа с источниками	Устный ответ на занятии Составление аннотации	5
2.	Составление опорного конспекта (можно схему)	Опорный конспект	5
3.	Составление кроссворда	Письменные работы	5
4.	Решение практических задач	Письменные работы	5
5	Тестирование по индивидуальным тестам	Тестовые задания	5
6	Участие в научно-исследовательской деятельности	Выступление на конференции, конкурсах, олимпиадах	5
7	Итоговая проверка (в виде экзамена)	Промежуточная аттестация	5

Методические рекомендации по работе с источниками

Работа с источниками осуществляется с целью приобретения обучающимся навыков самостоятельного изучения учебного материала. Работа с источниками является важной составляющей при подготовке к занятиям.

Для подготовки к устному опросу необходимо прочитать текст источника, выделить главное, составить план ответа, повторить текст несколько раз. На учебном занятии полно, точно, доступно, правильно, взаимосвязано и логично изложить материал, иллюстрируя при необходимости примерами.

Работа с источником может быть предложена в форме аннотирования. Аннотация позволяет составить обобщенное представление об источнике. Для составления аннотации необходимо ответить на следующие вопросы:

1. Фамилия автора, полное наименование работы, место и год издания.
2. Вид издания (статья, учебник, и пр.)
3. Цели и задачи издания.
4. Структура издания и краткий обзор содержания работы.
5. Основные проблемы, затронутые автором.
6. Выводы и предложения автора по решению выделенных проблем.

Источник аннотирования определяет преподаватель, он же оценивает аннотацию, сданную в письменной форме.

Методические рекомендации по выполнению тестовых заданий

Выполнение тестовых заданий по дисциплине проводятся с целью проверки знаний студентов. Тестирование позволяет путем поиска правильного ответа и разбора допущенных ошибок лучше усвоить тот или иной материал по предмету.

При выполнении тестовых заданий необходимо учитывать:

1. Тесты рассчитаны на самостоятельную работу без использования вспомогательных материалов.

2. Для выполнения тестового задания, прежде всего, следует внимательно прочитать поставленный вопрос.
3. После ознакомления с вопросом следует приступать к прочтению предлагаемых вариантов ответа.
4. Необходимо прочитать все варианты и в качестве правильного ответа выбрать один индекс (цифровое либо буквенное обозначение).
5. Если в тестовом задании правильных ответов несколько, то это должно указываться в задании.
6. Баллы начисляются за задание, выполненное в полном объеме: так, если в задании предусмотрено два правильных ответа, а отмечен только один, выполнение данного задания оценивается нулем баллов.
7. Заданий, где правильный вариант отсутствует, в тесте не предусмотрено.
8. На выполнение теста отводится ограниченное время. Оно может варьироваться в зависимости от уровня тестируемых, сложности и объема теста. Как правило, время выполнения тестового задания определяется из расчета 30-45 секунд на один вопрос.

Методические рекомендации по составлению опорного конспекта

Опорный конспект составляется с целью обобщения, систематизации и краткого изложения информации. Составление опорного конспекта способствует более быстрому запоминанию учебного материала.

Составление опорного конспекта включает следующие действия:

1. Изучение текста учебного материала.
2. Определение главного и второстепенного в анализируемом тексте.
3. Установление логической последовательности между элементами.
4. Составление характеристики элементов учебного материала в краткой форме.
5. Выбор опорных сигналов для расстановки акцентов.
6. Оформление опорного конспекта.

Опорный конспект может быть представлен в виде схемы с использованием стрелок для определения связи между элементами; системы геометрических фигур; логической лестницы и т.д.

Оценкой опорного конспекта может служить качество ответа, как самого студента, так и других студентов его использовавших. Преподаватель также может проверить опорные конспекты, сданные в письменной форме. Допускается проведение конкурса на самый лучший конспект по следующим критериям: краткость формы; логичность изложения; наглядность выполнения; универсальность содержания.

Методические рекомендации по составлению кроссворда.

Кроссворды составляется с целью отображения информации в графическом виде для развития эрудиции, расширения словарного запаса, тренировки памяти, внимания. При составлении кроссвордов необходимо придерживаться принципов наглядности и доступности.

1. Кроссворд должен состоять из 7- 20 слов по заданной теме.
2. Кроссворд должен быть "Классический"
3. Оформлен на листе формата А4, вместе с вопросами
4. К кроссворду должны быть ответы на другом листе формата А4
5. На листе с кроссвордом и листе с ответами должны быть указаны тема кроссворда, № группы и автор работы.
6. Не допускается наличие "плашек" (незаполненных клеток) в сетке кроссворда.
7. Не допускаются случайные буквосочетания и пересечения.

8. Загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа.
9. Двухбуквенные слова должны иметь два пересечения.
10. Не допускаются аббревиатуры (ПО ПК и т.д.), сокращения (ур-я и др.).
11. Не рекомендуется большое количество двухбуквенных слов.
12. Все тексты должны быть написаны разборчиво, желательно отпечатаны.

Готовая работа представляется на контроль в письменном виде.

Методические рекомендации по решению практических задач

Практические задачи решаются с целью закрепить изученный материал и сформировать определенные умения и навыки, выработать у студента способность самостоятельно решать поставленные задачи, лаконично и структурировано формулировать ответ.

При решении задач студентам можно рекомендовать такую основную схему:

1) вспомнить теоретическую часть по теме;

2) выполнить решение примеров (задач), согласно образцу.

Объем задания определяет преподаватель.

Задания для самостоятельной работы

Самостоятельная работа №1

Тема: «Вычисление и сравнение корней. Преобразования выражений с корнями и степенями»

Цели: Закрепление знаний по выполнению тождественного преобразования над арифметическими корнями натуральной степени; вычисление и сравнение корней; преобразованию выражений, содержащих корни.

Задание 1. Сделать конспект по теме.

Краткая теория. Арифметическим корнем натуральной степени $n \geq 2$ из неотрицательного числа a называется неотрицательное число, n– ая степень которого равна a.

Свойства корней n-ной степени:

1) $(\sqrt[n]{a})^n = a$;

2) $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, если n-четное;

3) $\sqrt[n]{a^n} = a$, если n -нечетное

4) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$;

5) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;

6) $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$;

7) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

8) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$;

9) если $a \geqslant b \geqslant 0$, то $\sqrt[n]{a} \geqslant \sqrt[n]{b}$

ПРИМЕРЫ 1

1.1. $\sqrt[3]{64} = 4$, так как 4 > 0 и 4^3= 64;

1.2. $\sqrt[3]{125} = 5$, так как 5 > 0 и 5^3= 125.

Из определения арифметического корня следует, что если $a \geq 0$, то $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ и $\sqrt[n]{a^n} = a$

Корень нечётной степени из отрицательного числа, a вычисляется следующим образом: $\sqrt[2k+1]{a} = -\sqrt[2k+1]{|a|}$

ПРИМЕРЫ 2: Вычислить $\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{2^5} = -2$

а) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{27 \cdot 3} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$;

б) $\sqrt[3]{\frac{256}{625}} : \sqrt[3]{\frac{4}{5}} = \sqrt[3]{\frac{256}{625} : \frac{4}{5}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{4}{5}$;

в) $\sqrt[7]{5^{21}} = \sqrt[7]{\left(5^3\right)^7} = 5^3 = 125$;

г) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} = \sqrt[12]{2^{12}} = 2$.

ПРИМЕРЫ 3: 3.1. Вычислить выражение: $\left(\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98}\right)\left(\sqrt{72} - \sqrt{500} - \sqrt{8}\right)$

Решение: сначала упростим каждый из имеющихся корней:

$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$, $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$, $\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$,

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$, $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = 10\sqrt{5}$, $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$

После этого заданное выражение примет вид:

$$\left(4\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 7\sqrt{2}\right)\left(6\sqrt{2} - 10\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right) = \left(3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}\right)\left(4\sqrt{2} - 10\sqrt{5}\right) =$$
$$12\sqrt{10} - 24 - 150 + 30\sqrt{10} = 42\sqrt{10} - 174 = 6\left(7\sqrt{10} - 29\right)$$

Ответ: $6\left(7\sqrt{10} - 29\right)$

3.2.Упростить выражение $\frac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}$, где a > 0, b > 0.

Решение: используя свойства арифметического корня, получаем

$$\frac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}} = \frac{a^3b^2}{\sqrt[6]{a^{12}b^6}} = \frac{a^3b^2}{a^2b} = ab$$

Ответ: ab

3.3.Сравните числа: $3\sqrt{7}$ или $2\sqrt{17}$

Пояснение: $3\sqrt{7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}$

$2\sqrt{17} = \sqrt{4 \cdot 17} = \sqrt{68}$ 68>63, значит $\sqrt{62} > \sqrt{63}$

Задание 2. Выполнить действия (опираясь на конспект)

ПРИМЕРЫ 1. Сравните числа: 1). $\left(\sqrt{125}\right)^3$ и $5\left(\sqrt{5}\right)^7$; 2). $\left(2\sqrt[4]{2}\right)^{100}$ и $\left(\frac{1}{8}\right)^{-8}$; 3). $\frac{1}{\sqrt{2}}$ и $\left(\sqrt{8}\right)^{-10}$; 4. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$ и $\sqrt[13]{5}$; 5. $3\cdot\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[3]{81}$; 6. $\sqrt[12]{623}$ и $\sqrt[3]{5}$; 7. $\frac{1}{2}\sqrt{40}$ и $\frac{1}{3}\sqrt{99}$; 8. $\sqrt{7}+\sqrt{15}$ и 7; 9. $\left(1{,}2+\sqrt{5}\right)^{100}$ и 3^{100}

ПРИМЕРЫ 2**. Уровень А**

1. Упростите выражение: $\left(b^{\frac{5}{6}}\right)^3\cdot\sqrt[4]{b^3}$.

2.Упростите выражение $\sqrt{2a^5}\cdot\sqrt{18a^2}$.

3. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{m}}}{\sqrt[5]{\sqrt{m}}}$.

4. Упростите выражение: $\dfrac{4\cdot\sqrt[6]{4\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8\cdot\sqrt[3]{4}}}$.

5. Упростите выражение: $\grave{a}^{-3}\cdot\sqrt{9\grave{a}^{18}}$.

Уровень В

1.Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, *если* $a<0, c<0$.

2. Упростите выражение $\sqrt[3]{16ab^{12}} : \sqrt[3]{2a^4b^9}$.

3. Упростите для отрицательного *a* выражение $\sqrt[3]{54a^{2\frac{1}{3}}}\cdot\sqrt[3]{24a^{\frac{2}{3}}}$.

4. Упростите выражение $\dfrac{\left(\sqrt[3]{b^{-2}}\right)^2\cdot b^3}{\left(\sqrt[3]{b}\right)^2}$

5. Упростите выражение $\sqrt{a^5}\cdot\sqrt{a^3}$.

6. Вычислите $\sqrt[4]{(-3)^2\cdot 2}\cdot\sqrt[4]{8\cdot 9}$

7. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{625}}$.

Уровень С

1**.** Упростите выражение $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

2. Упростите выражение $\sqrt[3]{4\sqrt{4m^6}}$.

3. Упростите выражение $\sqrt[nk]{5^{nk}\cdot a^k}$.

4. Упростите выражение $\sqrt[4]{2m^4}\cdot\sqrt[4]{128m^8},\quad m>0.$

5.Вычислите $0,3\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{15}+0,1$.

6. Упростите выражение $a\cdot\sqrt[4]{81a^3}$.

7. Упростите выражение $\dfrac{\sqrt{236}\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt{59}}$.

Самостоятельная работа

Вариант 1 (кто в журнале под нечетным номером)

1Вычислить:а) $\sqrt{0,49}$; б) $\sqrt[3]{64}$; в) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$; г) $0,5\sqrt[4]{81}$;

д) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$; е) $\left(2\sqrt[3]{6}\right)^3$; ж) $\dfrac{6}{\left(3\sqrt{2}\right)^2}$; з) $-3\sqrt[3]{(-6)^3}$.

2 Упростить выражение: $\left(\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b}\right)^6$

3 Вычислить: а) $\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; в) $\left(2\sqrt[3]{10}\right)^3$.

4 Упростить выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}}-\left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5$; б) $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}}-\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt[4]{xy}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}$.

5 Какие из следующих записей не имеют смысла?

$\sqrt[16]{3}$; $-\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[5]{0}$; $\sqrt[6]{-6}$; $\sqrt{-12}$; $\sqrt[7]{10}$; $\sqrt[8]{-22}$; $-\sqrt[9]{-7}$.

Самостоятельная работа

Вариант 2 (кто в журнале под четным номером)

1 Вычислить: а) $\sqrt{0,25}$; б) $\sqrt[5]{32}$; в) $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$; г) $0,7\sqrt[4]{81}$; д) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$;

е) $\left(2\sqrt[3]{4}\right)^3$; ж) $\dfrac{6}{\left(2\sqrt{3}\right)^2}$; з) $-3\sqrt[5]{(-7)^5}$.

2 Упростить выражение: $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6$

3 Вычислить: а) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}+\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{4\frac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{256}}$; б) $\sqrt[4]{17-\sqrt{33}}\cdot\sqrt[4]{17+\sqrt{33}}$.

4 Упростить выражение: $\dfrac{a-в}{a-\sqrt{в}}-\dfrac{a-в}{a+\sqrt{в}}$.

5 При каких значениях переменной а выражение имеет смысл?

$\sqrt{a}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{-a}$; $\sqrt{a^3}$; $\sqrt{-a^2}$; $\sqrt[3]{a}$; $\sqrt[4]{a}$; $\sqrt{-a^5}$; $\sqrt[5]{a^2}$; $\sqrt[6]{a^3}$.

Самостоятельная работа №2

Тема: «Решение иррациональных уравнений»

Цели: Рассмотреть решение уравнения различными методами.

Задание 1

1. Повторить теоретический материал по теме.

2. Оформить решенные уравнения в тетради.

Краткая теория. Первый тип иррациональных уравнений, который мы рассмотрим: $\sqrt[n]{f(x)} = a$.

Алгоритм их решения следующий:

1) Возводим обе части уравнения в n-ю степень: $\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = a^n$, $f(x) = a^n$.

2) Находим корни уравнения, полученного на первом шаге алгоритма: $f(x) = a^n$.

3) Выполняем проверку (если n – чётное). Подставляем каждый корень в исходное уравнение. Если получаем верное равенство, то корень подходит. Если неверное равенство, то нет.

ПРИМЕРЫ 1. Решить уравнения: 1) $\sqrt{x-2} = 1$, 2) $\sqrt{x-1} = -3$, 3) $\sqrt[3]{x-1} = -3$, 4) $\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$ – уравнение типа B7.

Решение: 1) В левой части стоит корень второй степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения во вторую степень:

$\left(\sqrt{x-2}\right)^2 = 1^2$; $x - 2 = 1$

Решаем полученное уравнение: $x = 3$.

Выполним проверку. Подставим найденный корень 3в исходное уравнение.

$\sqrt{3-2} = 1$

$\sqrt{1} = 1 - \text{верно}$.

2) В левой части стоит корень второй степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения во вторую степень: $\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (-3)^2$

$x - 1 = 9$; $x = 10$

Выполним проверку. Подставим найденный корень 10 в исходное уравнение:

$\sqrt{10-1} = -3$, $3 = -3 - \text{неверно}$.

Значит, число 10 не является корнем исходного уравнения. Таким образом, уравнение решений не имеет.

На самом деле то, что уравнение $\sqrt{x-1} = -3$ не имеет решений, можно сказать сразу. Так как в левой части стоит квадратный корень, а он принимает только неотрицательные значения, а в правой части стоит -3– отрицательное число.

3) В левой части стоит корень третьей степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения в третью степень:

$\left(\sqrt[3]{x-1}\right)^3 = (-3)^3$; $x - 1 = -27$; $x = -26$

Так как степень корня нечётная, проверку можно не выполнять.

4) В левой части стоит корень второй степени, чтобы избавиться от него, возведём обе части уравнения во вторую степень:

$$\left(\sqrt{\frac{1}{5-2x}}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2; \qquad \frac{1}{5-2x}=\frac{1}{9}$$

Воспользуемся правилом пропорции : $5-2x=9$; $-2x=4$; $x=-2$

Выполним проверку. Подставим найденный корень -2 в исходное уравнение:

$$\sqrt{\frac{1}{5-2\cdot(-2)}}=\frac{1}{3} \qquad \sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}-\text{верно}.$$

Значит, число -2 является корнем исходного уравнения.

Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)}=g(x)$ и $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$

Такие уравнения решаются по тому же алгоритму, что и уравнения вида $\sqrt[n]{f(x)}=a$ для $n=2$:

1) Возводим обе части уравнения в квадрат.

2) Решаем полученное уравнение. 3) Выполняем проверку.

ПРИМЕРЫ 2. Решить уравнения:

1) $\sqrt{-72-17x}=-x$ – уравнение типа В7,

2) $\sqrt{x^2+7x-2}=6-x$,

3) $\sqrt{x^2-x-6}=\sqrt{-2x}$.

Решение: 1) Возводим обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{-72-17x}\right)^2=(-x)^2$$

$$-72-17x=x^2$$

$$x^2+17x+72=0$$

Получили квадратное уравнение. Решим его:

$$D=b^2-4ac=17^2-4\cdot72=1$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}; \quad x_1=\frac{-17+1}{2}=-8; \quad x_2=\frac{-17-1}{2}=-9$$

Выполним проверку:

$x = -8$: $\sqrt{-72 - 17 \cdot (-8)} = -(-8)$; $\sqrt{64} = 8 -$ верно.

$x = -9$: $\sqrt{-72 - 17 \cdot (-9)} = -(-9)$; $\sqrt{81} = 9 -$ верно.

Ответ: -9; -8.

2) Возводим обе части уравнения в квадрат.

$$\left(\sqrt{x^2 + 7x - 2}\right)^2 = (6 - x)^2$$

$$x^2 + 7x - 2 = 36 - 12x + x^2$$

$19x - 38 = 0$; $x = 2$

Выполним проверку. $x = 2$: $\sqrt{(2)^2 + 7 \cdot 2 - 2} = 6 - 2$, $\sqrt{16} = 4 -$ верно.

Ответ: 2.

3) Возводим обе части уравнения в квадрат.

$$\left(\sqrt{x^2 - x - 6}\right)^2 = \left(\sqrt{-2x}\right)^2$$

$x^2 - x - 6 = -2x$; $x^2 + x - 6 = 0$

Получили квадратное уравнение. Решим его:

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-6) = 25$$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \dfrac{-1 + 5}{2} = 2$; $x_2 = \dfrac{-1 - 5}{2} = -3$

Выполним проверку: $x = 2$: $\sqrt{2^2 - 2 - 6} = \sqrt{-2 \cdot 2}$; $\sqrt{-4} = \sqrt{-4}$

Обратите внимание: несмотря на то, что мы получили одинаковые выражения, 2 не будет корнем исходного уравнения, так как $\sqrt{-4}$ не определен (корень чётной степени из отрицательных чисел не определён):

$x = -3$: $\sqrt{(-3)^2 - (-3) - 6} = \sqrt{-2 \cdot (-3)}$; $\sqrt{6} = \sqrt{6} -$ верно.

Ответ: -3.

Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = a$ и $\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$

ПРИМЕРЫ 3: Решить уравнения:

1) $\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2} = 4$,

2) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{11-x}$.

Решение: 1) Возведём в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\underbrace{\sqrt{x+2}}_{a} + \underbrace{\sqrt{3x-2}}_{b}\right)^2 = 4^2.$$

В левой части уравнения воспользуемся формулой $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$\left(\sqrt{x+2}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} + \left(\sqrt{3x-2}\right)^2 = 16$$

$$x + 2 + 2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} + 3x - 2 = 16$$

$$4x + 2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 16$$

Перенесём все слагаемые, кроме того, которое содержит корень, в одну часть уравнения:

$$2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 16 - 4x$$

$$\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{3x-2} = 8 - 2x$$

$$\sqrt{(x+2)(3x-2)} = 8 - 2x$$

Мы получили уравнение вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$**.** С его решением мы уже знакомы.

Возводим в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\sqrt{(x+2)(3x-2)}\right)^2 = (8-2x)^2$$

$$(x+2)(3x-2) = 64 - 32x + 4x^2$$

$$3x^2 - 2x + 6x - 4 - 64 + 32x - 4x^2 = 0$$

$$-x^2 + 36x - 68 = 0$$

$x^2 - 36x + 68 = 0$

Получили квадратное уравнение. Решим его:

$D = b^2 - 4ac = (-36)^2 - 4 \cdot 68 = 1024 = 32^2$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{36 + 32}{2} = 34$$

$$x_2 = \frac{36 - 32}{2} = 2$$

Выполним проверку. Подставляем корни в исходное уравнение:

$x = 34$: $\sqrt{34+2} + \sqrt{3 \cdot 34 - 2} = 4$; $\quad 6 + 10 = 4$ – неверно.

$x = 2$: $\sqrt{2+2} + \sqrt{3 \cdot 2 - 2} = 4$; $\quad 2 + 2 = 4$ – верно.

Ответ: *2.*

2) Возведём в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2}\right)^2 = \left(\sqrt{11-x}\right)^2$$

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} + \left(\sqrt{x+2}\right)^2 = \left(\sqrt{11-x}\right)^2$$

$$x - 1 + 2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} + x + 2 = 11 - x$$

Перенесём все слагаемые, кроме того, которое содержит корни, в одну часть уравнения:

$$2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} = 11 - x - x + 1 - x - 2$$

$$2 \cdot \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} = -3x + 10$$

$$2\sqrt{(x-1)(x+2)} = -3x + 10$$

Снова возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(2\sqrt{(x-1)(x+2)}\right)^2 = (-3x + 10)^2$$

$$4(x-1)(x+2) = (-3x + 10)^2$$

$4x^2 + 4x - 8 = 9x^2 - 60x + 100$

$5x^2 - 64x + 108 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-64)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 108 = 1936$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{64+44}{10} = 10{,}8$; $x_2 = \frac{64-44}{10} = 2$

Выполним проверку:

$x = 10{,}8$: $\sqrt{10{,}8-1} + \sqrt{10{,}8+2} = \sqrt{11-10{,}8}$; $\sqrt{9{,}8} + \sqrt{12{,}8} = \sqrt{0{,}2}$ – неверно.

$x = 2$: $\sqrt{2-1} + \sqrt{2+2} = \sqrt{11-2}$; $1 + 2 = 3$ – верно.

Ответ: *2.*

Решение иррациональных уравнений методом замены переменных

ПРИМЕРЫ 4: Решить уравнения:

1) $\frac{4}{\sqrt[5]{x}+2} + \frac{\sqrt[5]{x}+3}{5} = 2$

2) $\sqrt{x-2} + 2\sqrt[4]{x-2} = 3$

3) $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}} + \sqrt{\frac{x+3}{2-x}} = \frac{10}{3}$

Решение: 1) В уравнении переменная x встречается только в выражении $\sqrt[5]{x}$. Это подсказывает нам сделать замену $t = \sqrt[5]{x}$. В этом случае мы избавимся от переменной x и получим дробно-рациональное уравнение относительно переменной t, которое мы уже умеем решать:

$\frac{4}{t+2} + \frac{t+3}{5} = 2$.

Найдем ОДЗ. Знаменатель дроби не должен равняться нулю.

ОДЗ: $t + 2 \neq 0$; $t \neq -2$.

Теперь перенесём все слагаемые в одну часть уравнения и приведём их к общему знаменателю:

$$\frac{4}{t+2}^{(5} + \frac{t+3}{5}^{(t+2} - \frac{2}{1}^{(5(t+2)} = 0$$

$$\frac{20 + t^2 + 2t + 3t + 6 - 10t - 20}{5(t+2)} = 0$$

$$\frac{t^2 - 5t + 6}{5(t+2)} = 0$$

Избавимся от знаменателя, домножим на него обе части уравнения:

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$t_1 = \frac{5+1}{2} = 3 - \text{входит в ОДЗ}$$

$$t_2 = \frac{5-1}{2} = 2 - \text{входит в ОДЗ}$$

Теперь выполним обратную замену:

$\sqrt[3]{x} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{x} = 2$

$x = 27$ $\qquad$ $x = 8$

Ответ: 8 и 27.

2) Уравнение содержит корни разных степеней. Приведём сначала все корни к одинаковым степеням, используя уже известное нам равенство $\left(\sqrt[4]{a}\right)^2 = \sqrt{a}$: $\left(\sqrt[4]{x-2}\right)^2 = \sqrt{x-2}$

$$\left(\sqrt[4]{x-2}\right)^2 + 2\sqrt[4]{x-2} = 3$$

Мы видим, что в этом уравнении переменная x встречается только в выражении $\sqrt[4]{x-2}$. Это подсказывает нам сделать замену: обозначим $\sqrt[4]{x-2}$ через t. В этом случае мы избавимся от переменной x и получим квадратное уравнение относительно переменной t:

$$t^2 + 2t = 3$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16$$

$t_1 = \frac{-2+4}{2} = 1$; $t_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$

Теперь выполним обратную замену:

1. $\sqrt[4]{x-2} = 1$.

Возведём обе части уравнения в 4 степень:

$\left(\sqrt[4]{x-2}\right)^4 = 1^4$; $x - 2 = 1$; $x = 3$

Выполним проверку:

$\sqrt{3-2} + 2\sqrt[4]{3-2} = 3$

$1 + 2 = 3$ – верно.

2. $\sqrt[4]{x-2} = -3$

Так как в левой части стоит неотрицательное выражение, а в правой – отрицательное, то уравнение решений не имеет.

Ответ: 3.

3) Выражения $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}$ и $\sqrt{\frac{x+3}{2-x}}$ обратные, заменим $t = \sqrt{\frac{2-x}{x+3}}$, тогда $\sqrt{\frac{x+3}{2-x}} = \frac{1}{t}$. Получаем дробно-рациональное уравнение относительно t: $t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$.

Избавимся от знаменателя, домножим обе части уравнения на $t\ (t \neq 0)$:

$t^2 + 1 = \frac{10t}{3}$

$t^2 - \frac{10t}{3} + 1 = 0$

$D = \frac{100}{9} - 4 \cdot 1 = \frac{64}{9}$; $t_1 = \frac{\frac{10}{3} + \frac{8}{3}}{2} = 3$; $t_2 = \frac{\frac{10}{3} - \frac{8}{3}}{2} = \frac{1}{3}$

Теперь выполним обратную замену:

1. $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}} = 3$.

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}\right)^2 = 3^2$$

$$\frac{2-x}{x+3} = 9.$$

Уравнение дробно-рациональное. Решим его:

ОДЗ: $x + 3 \neq 0$; $x \neq -3$

$$\frac{2-x}{x+3} - \frac{9^{(x+3}}{1} = 0$$

$$\frac{2-x-9x-27}{x+3} = 0$$

$$\frac{-10x-25}{x+3} = 0$$

Избавимся от знаменателя, домножим обе части уравнения на $x + 3$:

$$-10x - 25 = 0$$

$$-10x = 25$$

$x = -2{,}5$ – входит в ОДЗ.

Выполним проверку:

$$\sqrt{\frac{2-(-2{,}5)}{-2{,}5+3}} + \sqrt{\frac{-2{,}5+3}{2-(-2{,}5)}} = \frac{10}{3}$$

$3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ – верно.

2. $\sqrt{\frac{2-x}{x+3}} = \frac{1}{3}$

Возведём обе части уравнения в квадрат:

$$\left(\sqrt{\frac{2-x}{x+3}}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\frac{2-x}{x+3}=\frac{1}{9}$$

Уравнение дробно-рациональное. Решим его:

ОДЗ: $x+3\neq 0$; $x\neq -3$

$$\frac{2-x}{x+3}^{(9}-\frac{1}{9}^{(x+3}=0$$

$$\frac{18-9x-x-3}{x+3}=0$$

$$\frac{15-10x}{x+3}=0$$

Избавимся от знаменателя, домножим обе части уравнения на $x+3$:

$$15-10x=0$$

$$-10x=-15$$

$x=1{,}5$ – входит в ОДЗ.

Выполним проверку:

$$\sqrt{\frac{2-1{,}5}{1{,}5+3}}+\sqrt{\frac{1{,}5+3}{2-1{,}5}}=\frac{10}{3}$$

$$\sqrt{\frac{0{,}5}{4{,}5}}+\sqrt{\frac{4{,}5}{0{,}5}}=\frac{10}{3}$$

$\sqrt{\frac{1}{9}}+\sqrt{9}=\frac{10}{3}$ – верно

Ответ: -2,5 и 1,5.
Задание 2. Решить уравнения (выполнить решение самостоятельно в тетради):

1) $(x^2-4x+3)\sqrt{5x-2-2x^2}=0,$
2) $\sqrt{x-1}\sqrt{x-2}\sqrt{x-3}=0.$

Самостоятельная работа №3

Тема: «Решение показательных уравнений»

Цели: Рассмотреть решение уравнения различными методами.

Задание 1

1. Повторить теоретический материал по теме.
2. Оформить решенные уравнения в тетради.

ПРИМЕР 1: **I** $5^{2x}=625$ **II** $5^{2x-6}=25^{1.5x-4}$ **III** $3^{x^2-4}=5^{2x}$

Решение (I):

$$5^{2x}=5^4$$
$$2x=4$$
$$x=2$$

Ответ: 2.

Решение (II):

$$5^{2x-6}=5^{2(1.5x-4)}$$
$$2x-6=3x-8$$
$$x=2$$

Ответ: 2.

Решение III уравнения: $3^{x^2-4}=5^{2x}$.

Так как $5=3^{\log_3 5}$, то данное уравнение можно преобразовать к виду

$$3^{x^2-4}=(3^{\log_3 5})^{2x}.$$

Это уравнение равносильно следующему: $x^2-4=2x\log_3 5$.

Корни квадратного уравнения $x^2-2x\log_3 5-4=0$ таковы:

$$x_{1.2}=\log_3 5\pm\sqrt{\log_3^2 5+4}$$

Ответ: $x_{1.2}=\log_3 5\pm\sqrt{\log_3^2 5+4}$

ПРИМЕР 2: $4\cdot 3^{x+2}+5\cdot 3^{x+1}-6\cdot 3^x=5$

Решение:

$$3^x\left(4\cdot 3^2+5\cdot 3-6\right)=5$$
$$3^x\cdot 45=5$$
$$3^x=\frac{1}{9}$$
$$3^x=3^{-2}$$
$$x=-2$$

Ответ: -2.

Показательные уравнения, которые решаются методом введения новых переменных.

ПРИМЕР 3: $4^x+2^{x+1}-24=0$.

Так как $4^x=(2^x)^2$ и $2^{x+1}=2\cdot 2^x$, то данное уравнение перепишем в виде:

$$(2^x)^2+2\cdot 2^x-24=0.$$

Обозначим : $2^x = t$, где $t > 0$, получим уравнение $t^2 + 2t - 24 = 0$, корни которого $t_1 = -6$ и $t_2 = 4$.

Поэтому задача сводится к решению двух уравнений: $2^x = 4$ и $2^x = -6$.

Из первого уравнения $x = 2$, второе уравнение не имеет решения, так как $2^x > 0$ при любых x.

Ответ: 2.

I Вариант

а) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$

б) $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

II Вариант

а) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$

б) $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$

Решение.

I Вариант *а*) $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x = 15$,

$3^x(2 \cdot 3 - 1) = 15$,

$3^x \cdot 5 = 15$,

$3^x = 3$, $x = 1$.

Ответ: 1.

б) $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$,

$(3^x)^2 - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$,

Обозначим $3^x = t$, где $t > 0$, тогда

$t^2 - 8t - 9 = 0$,

$t_1 = 9$, $t_2 = -1$,

Возвращаемся к замене:

$3^x = 9$, $x = 2$,

$3^x = -1$, корней нет.

Ответ: 2.

II Вариант *а*) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$,

$2^{x-1}(2^2 + 1 + 2) = 28$,

$2^{x-1} \cdot 7 = 28$,

$2^{x-1} = 4$,

$2^{x-1} = 2^2$, $x - 1 = 2$, $x = 3$.

Ответ: 3.

б) $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$,

$8 \cdot (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$,

Обозначим $2^x = t$, где $t > 0$, тогда

$8t^2 - 6t + 1 = 0$,

$t_1 = \frac{1}{2}$, $t_2 = \frac{1}{4}$

Возвращаемся к замене:

$2^x = \frac{1}{2}$, $x = -1$,

$2^x = \frac{1}{4}$, $x = -2$.

Ответ: -1, -2.

Существуют уравнение $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$, которые называются «показательно-степенные уравнения».

Если $f(x) > 0$ и $f(x) \neq 1$, то это уравнение, как и показательное, решается с помощью приравнивания показателей: $g(x) = h(x)$.

Если условием не исключается возможность $f(x) \leq 0$ или $f(x) = 1$, приходится рассматривать несколько случаев.

ПРИМЕР 4: $(x^2 + x - 57)^{3x^2+3} = (x^2 + x - 57)^{10x}$

Решение: При решении данного показательно-степенного уравнения нужно рассмотреть 4 случая:

1) $(x^2 + x - 57) = 1$, т.е. $x^2 + x - 58 = 0$.

В этом случае уравнение примет вид: $1^{3x^2+3} = 1^{10x}$, т.е. $1 = 1$.

Значит корни уравнения $x^2 + x - 58 = 0$. являются корнями уравнения исходного.

Находим корни $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{233}}{2}$.

2) $x^2 + x - 57 = -1$, $x^2 + x - 56 = 0$.

В этом случае уравнение примет вид: $(-1)^{3x^2+3} = (-1)^{10x}$.

Этому уравнению могут удовлетворять только такие значения x, при которых $3x^2 + 3$ и $10x$ целые числа (поскольку отрицательное число (-1) можно возвести лишь в целую степень) одинаковой четности (т.е. либо оба четные, либо нечетные).

Из уравнения $x^2 + x - 56 = 0$ находим: $x_1 = -8$, $x_2 = 7$.

Значение $x_1 = -8$ не удовлетворяет уравнению $(-1)^{3x^2+3} = (-1)^{10x}$.

Значит $x = 7$ корень исходного уравнения.

3) Если $x^2 + x - 57 = 0$, то в этом случае уравнение примет вид: $0^{3x^2+3} = 0^{10x}$.

Этому уравнению могут удовлетворять только такие значения x, при которых

$3x^2 + 3 > 0$ и $10x > 0$.

Напомним, что выражение 0^r имеет смысл только при $r > 0$.

Из уравнения $x^2 + x - 57 = 0$ находим корни $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{229}}{2}$.

Значение $x_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{229}}{2}$ не удовлетворяет условию $10x > 0$.

Следовательно, корень $x = \dfrac{-1 + \sqrt{229}}{2}$.

4) Если $x^2 + x - 57 > 0$ и $x^2 + x - 57 \neq 1$, то $3x^2 + 3 = 10x$, откуда находим $x_1 = 3$, $x_2 = \dfrac{1}{3}$.

Оба этих значения нужно проверить подстановкой в данное уравнение.

При $x = 3$, получим $(-45)^{30} = (-45)^{30}$ — верное равенство.

При $x = \dfrac{1}{3}$, $\left(\dfrac{4}{9} - 57\right)^{\frac{10}{3}} = \left(\dfrac{4}{9} - 57\right)^{\frac{10}{3}}$

Эта запись не имеет смысла. Значит, $x = 3$.

Подводим итоги, приходим к выводу, что данное уравнение имеет 5 корней.

Ответ: $x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{233}}{2}$, $x_3 = 7$, $x_4 = \dfrac{-1 + \sqrt{229}}{2}$, $x_5 = 3$.

Задание2. Выполнить самостоятельно. Первый ряд – 1 вариант, второй ряд- второй вариант, 3 ряд-3 вариант.

Самостоятельная работа по теме «Показательная функция, показательные уравнения».
1 вариант

1. Сравните числа: 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$; 2) 45^3 и 45^4;

2. Решите уравнение

1) $5^{2x+1}=25$;

2) $\left(\frac{4}{5}\right)^{x^2-14x}=\left(\frac{4}{5}\right)^{-45}$

3) $7^{x+1}-7^x=42$

4) $3^{2x}-4\cdot 3^x+3=0$

Самостоятельная работа по теме «Показательная функция, показательные уравнения».
2 вариант

1. Сравните числа: 1) $12^{5,6}$ и 12^7; 2) $\left(\frac{9}{11}\right)^{-5}$ и $\left(\frac{9}{11}\right)^{-1}$

2. Решите уравнение

1) $4^{5x-6}=16$

2) $0,5^{x^2-7x+10}=1$

3) $2^{x+2}+2^x+2^{x+1}=28$

4) $5^{2x}-6\cdot 5^x+5=0$

Самостоятельная работа по теме «Показательная функция, показательные уравнения».
3 вариант

1. Сравните числа: 1) $\left(\frac{3}{4}\right)^{8,6}$ и $\left(\frac{3}{4}\right)^{4}$; 2) 21^{-5} и 1

2. Решите уравнение

1) $4 \cdot 12^{2x+3} = 48$

2) $3^{x+2} - 3^{x+1} + 3^{x} = 63$

3) $\left(\frac{7}{8}\right)^{2x^2-4x} = 1$

4) $4^{x} - 5 \cdot 2^{x} + 4 = 0$

Самостоятельная работа №4

Тема: «Решение задач на применение свойств логарифмов»

Цели: Закрепить полученные знания по теме «Логарифм» вычислением логарифмов.

Задание 1. Составить кроссворд по теме.

Задание 2. Решить самостоятельно

1. Вычислить: а) $2^{\log_2 4}$ б) $2^{\log_2 32}$ в) $10^{\log_{10} 100}$ г) $\pi^{\log_\pi 18}$ д) $e^{\ln 5}$
2. Вычислить: а)$\log_3 3$ б) $\log_\pi \pi$ в) lg 10 г) lne д) $\log_{a+5}(a+5)$
3. Представить 1 в виде логарифма: а) с основанием 4; б)с основанием 10; в) с основанием e; г) с основанием -3; д) с основанием 5
4. Вычислить: а) $\log_3 1$; б) $\log_\pi 1$; в) lg1; г)ln1; д) $\log_3(-1)$
5. Представить 0 в виде логарифма а) с основанием 4; б) с основанием 10; в) с основанием e; г) с основанием -2; д) с основанием 3
6. Представить логарифм произведения в виде суммы логарифмов: а)$\log_3(2*7)$; б) $\log_\pi(a*b)$; в)lg(5*7); г)ln(11*3); д)$\log_3 26$
7. Представить сумму логарифмов в виде произведения: а)$\log_2 3+\log_2 5$; б)$\log_{0.7} 2+\log_{0.7} 18$; в)lg5+lg7; г)ln11+ln2; д)$\log_7 3+\log_7 \pi$
8. Представить логарифм частного в виде разности логарифмов :

а)$\log_3 \frac{11}{7}$; б)$\log_2 \frac{a+b}{c}$; в)$\lg \frac{2}{5}$; г)$\ln \frac{\pi}{3}$; д)$\log_5 \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{4}}$

9. Представить разность логарифмов в виде частного:
а)$\log_2 3-\log_2 5$; б) lg13-lg11; в) ln b-ln d; г)$\log_7(a-b)-\log_7(a+b)$

Самостоятельная работа №5

Тема: «Решение логарифмических уравнений»

Цели: Уметь преобразовывать выражения и решать логарифмические уравнения.

Задание 1. Написать конспект по теме

Задание 2. Выполнить самостоятельно

1. Вам предложены уравнения. Ваша задача решить эти уравнения и соотнести ответы с соответствующей буквой. В результате должно получиться слово.

1. $\log_3(x^2 + 4x + 12) = 2$

2. $\log_9(8 - x) = \log_9 5$

3. $\log_3(4-x)=2$
4. $\log_5(x+6)=\log_5(4x-3)$
5. $\log_{\frac{1}{3}}(6-5x)=-4$

Ключ

3	**-2**	**-3, – 1**	**-15**	**-7**	**-1**	**-5**	**0**	**12**
Е	**А**	**Н**	**Р**	**Д**	**О**	**П**	**З**	**Л**

Задание 3. Графический диктант.

А сейчас вы побудете в роли учителя. Вам необходимо определить верно ли найдены корни уравнения. Если верно, то вы рисуете «да» – ^, «нет» – Выписываете свой фигуры в одну строчку.

В-1	В-2
$\log_{\frac{1}{6}}(12-2x)=-2$, x = – 12	$\log_{\frac{1}{9}}(5-4x)=-2$, x = 5
. $\log_3(5+x)=3$, x= – 22	$\log_2(8-x)=4$, x = – 8
$\log_3(13+x)=\log_3 2$, x = – 11	$\log_3(8-x)=\log_3 10$, x = – 2
$\log_4(x+8)=\log_4(5x-4)$, x = 3	$\log_7(x+9)=\log_7(5x-7)$, x = – 4

Задание 4. Решить логарифмические уравнения

№ п/п	Уравнения	Комментарии *(даётся для слабых учащихся)*
1	$\log_3(9+x)=4$	Пользуясь определением
2	$\log_{\frac{1}{7}}(7-3x)=-2$	Пользуясь определением
3	$\log_3(14-x)=\log_3 5$	Потенцирование
4	$\log_2(1+x)=\log_2 4$	Потенцирование
5	$\log_3(x+4)=\log_3(2x-12)$	Потенцирование
6	$\log_8(x^2+x)=\log_8(x^2-4)$	Потенцирование
7	$\log_4(8-5x)=2\log_8 3$	Применить свойства логарифмов и затем потенцировать
8	$\log_2(8+3x)=\log_2(3+x)+1$	Применить свойства логарифмов и затем потенцировать
9	$\log_{x+5}4=2$	Пользуясь определением
10	$\log_8 2^{6x-3}=4$	Пользуясь определением, выход на показательное уравнение
11	$2^{\log_3(5x-3)}=4$	Показательное уравнение, привести к логарифмическому

Самостоятельная работа №6

Тема: «Решение задач на применение соотношений между тригонометрическими функциями одного аргумента»
Цели: Уметь применять тригонометрические формулы при выполнении заданий
Задание 1. Составить кроссворд по теме.
Задание 2. Выполнить самостоятельно

1.Известно, что $\cos\alpha = 0{,}4, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Найдите $\sin\frac{\alpha}{2}$; $\cos\frac{\alpha}{2}$; $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

2.Найти $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ и $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$, если известно, что $\cos\alpha = -0{,}6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

3. Известно, что $\cos\alpha = 0{,}8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Найдите $\sin\frac{\alpha}{2}$; $\cos\frac{\alpha}{2}$; $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ и $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$

4. Известно, что $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 3$. Найти $\sin\alpha$; $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$

Самостоятельная работа №7
Тема: «Решение задач на преобразование тригонометрических выражений»
Цели: Закрепить и систематизировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
Задание 1

1.При всех допустимых значениях α доказать тождество $\frac{\cos\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 5\alpha + \sin\alpha} = tg\,2\alpha$.

2.Упростить выражение $\frac{2\sin(\pi-\alpha)\cos\alpha}{\cos(\pi+\alpha)\sin^3\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) - \sin(\pi-\alpha)\cos^3\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$.

3.Доказать тождества:
а) $\frac{1-\cos 2t + \sin 2t}{1+\sin 2t + \cos 2t} = tgt$; б) $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right) = \cos\alpha$.

4. Вычислить $\sin(\alpha+\beta)$, если $\cos\alpha = -\frac{8}{17},\ \cos\beta = \frac{4}{5},\ \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

5. При всех допустимых значениях α упростить выражение:
а) $1+\cos 2\alpha - 2\sin^2\alpha$; б) $\frac{2\sin^2\alpha}{1+\cos(\pi-2\alpha)} - \sin^2\alpha$.

Самостоятельная работа №8
Тема: «Простейшие тригонометрические уравнения»
Цели: Усвоить алгоритмы решения простейших тригонометрических уравнений, уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.
Задание 1 Выполнить конспект.

Краткая теория

Таблица 1. Корни тригонометрических уравнений

Уравнения	Корни
$\sin x = a,\ a \in [-1;1]$	$x = [-1]^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$

Sin x=1	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n \in Z$
Sin x=-1	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n \in Z$
Sin x=0	$x=\pi n$, $n \in Z$
Cos x=*a*, *a* Є[-1;1]	$x=\pm arccos\ a+2\pi n$, $n \in Z$
Cos x=1	$x=2\pi n$, $n \in Z$
Cos x=-1	$x=\pi+2\pi n$, $n \in Z$
Co sx=0	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$
tg x=a	$x=arctg\ a+\pi n$, $n \in Z$
ctg x=a	$x=arcctg\ a+\pi n$, $n \in Z$

ПРИМЕР 1. Вычислить: $2\,arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1$.

Решение: $2\,arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1=$

$$=-2\,arcsin\frac{1}{2}+\left(\pi-arccos\frac{1}{2}\right)+arctg1=-2\cdot\frac{\pi}{6}+\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

ПРИМЕР 2. Решить уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

Решение: По формуле частного случая: $\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ \ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ \ n\in Z$.

ПРИМЕР 3. Решить уравнение: $2\cos 3x=-\sqrt{2}$.

Решение: Разделим левую и правую части уравнения на 2: $\cos 3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm arccos\,a+2\pi n$ получаем:

$$3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n.$$

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

ПРИМЕР 4. Решить уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

Решение: Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1,\ \ tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$:

$$x = \frac{3}{5} arctg \frac{1}{3} + \frac{3\pi n}{5}, \ n \in Z$$

.

Самостоятельная работа №9

Тема: «Определение предела функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы»

Цели: сформировать умение находить пределы последовательностей и пределы функций, использовать замечательные пределы для нахождения пределов.

Задание 1. Подготовиться к устному опросу, ответив на следующие вопросы:

1. Что такое предел функции?
2. Какие пределы называются односторонними?
3. Какой предел называют пределом на бесконечности?
4. Перечистите теоремы о пределах?
5. Сколько замечательных пределов вы знаете? Их формулировки?

Задание 2. Рассмотрите образцы вычисления пределов и решите другие задания самостоятельно

Пример 1. Вычислите пределы: $\lim_{x\to 2}(4x^2 - 6x + 3)$

Решение: Используя теоремы о пределах, надо найти сумму и разность пределов, а потом просто подставить двойку в функцию, стоящую под знаком предела:

$\lim_{x\to 2}(4x^2 - 6x + 3) = \lim_{x\to 2} 4x^2 - \lim_{x\to 2} 6x + \lim_{x\to 2} 3 = 4 * 2^2 - 6 * 2 + 3 = 7$

Ответ: $\lim_{x\to 2}(4x^2 - 6x + 3) = 7$

Пример 2. Вычислите пределы: $\lim_{x\to\infty} \frac{5}{2x}$

Решение: $\lim_{x\to\infty} \frac{5}{2x} = \frac{5}{\infty} = 0$

Ответ: $\lim_{x\to\infty} \frac{5}{2x} = 0$

Если имеем неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ или $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$, то необходимы преобразования.

Пример 3. Вычислите пределы: $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2}$

Решение: $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2} = \frac{1-5+4}{1-3+2} = \frac{0}{0}$

Числитель и знаменатель дроби при x=1 равны $\left(\frac{0}{0}\right)$. Выполним тождественное преобразование (разложение числителя и знаменателяна множители и сократить на общий множитель)

$x^2 - 5x + 4 = 0$

Д=b^2-4ас, д =25-4*1*4= 25 – 16 =9.

$X_1=\frac{5+3}{2}=4$ и $X_2=\frac{5-3}{2}=1$

$x^2 - 5x + 4$=(x-1)(x-4)

Аналогично знаменатель: $x^2 - 3x + 2$=(x-1)(x-2).

Подставляем: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to 1}\frac{x-4}{x-2} = \frac{-3}{-1} = 3$

Ответ: $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-3x+2} = 3$

Пример 4. Вычислите пределы: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$

Решение: Числитель и знаменатель дроби при x=∞ равны $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$. Необходимо использовать преобразование: деление числителя и знаменателя на максимальную степень x (в данном примере максимальная степень равна 2). Учитывая, что величина обратная бесконечно большой величине есть бесконечно малая величина, раскроем исходную неопределенность, либо вынести переменную в наибольшей степени в числители и знаменатели дроби и сократить на наибольшую степень.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2-3x-5}{x^2}}{\frac{1+x+3x^2}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}-\frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}^{\to 0}-\frac{5}{x^2}^{\to 0}}{\frac{1}{x^2}^{\to 0}+\frac{1}{x}^{\to 0}+3} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2} = \frac{2}{3}$

Пример 5. Вычислите пределы: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$

Решение: В этом примере пределы числителя и знаменателя при $x \to 0$ равны нулю. Необходимо числитель и знаменатель умножить на выражение, сопряженное числителю.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x} = \lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x})(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} =$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2+x-2+x}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} = \lim_{x\to 0}\frac{2x}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} = \lim_{x\to 0}\frac{2}{5(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} =$$

$$\frac{\lim_{x\to 0} 2}{5\lim_{x\to 0}(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} = \frac{2}{5*2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

Ответ: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x} = \frac{\sqrt{2}}{10}$

Примеры для самостоятельного решения: Вычислите пределы функций:

$\lim_{x\to 2} x^2$ $\quad \lim_{x\to 9}(2x-4\sqrt{x})$ $\quad \lim_{x\to 4}(\sqrt{x}-3x)$ $\quad \lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$ $\quad \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}$ $\quad \lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x$ $\quad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^x$ $\quad \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ $\quad \lim_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2-9}$ $\quad \lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{x-4}$ $\quad \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$ $\quad \lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{4x+12}$ $\quad \lim_{x\to 0}\frac{2x^3-2x^2}{8x^3-2x^2}$ $\quad \lim_{x\to -2}\frac{x+2}{\sqrt{7-x}-3}$ $\quad \lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$

$\lim_{x\to 0}\frac{6x^4-5x^3+x^2}{4x}$ $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}$ $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-8x+15}{x^2-25}$ $\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-8x+4}{5x^2-14x+8}$ $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^3-(1+3x)}{x^2+3x^3}$

$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+4x+5}{6x^2+3x-1}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x+2}{-x^2-4x+7}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{5x+2}{15x+7}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{9x^7+3x+5}{3x^7+8x-12}$

$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)^{3x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}$

$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{5x}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{3x}\right)^{4x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x+1}\right)^{3x}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+3}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{x}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$ $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{2x+3}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$

Самостоятельная работа №10

Тема: «Вычисление производных функций. Применение производной к решению практических задач»

Цели: сформировать умение находить производные функций, заданных в явном, логарифмическом и параметрическом виде, находить производные сложных функций, знать геометрический смысл производной. Повторить, обобщить и систематизировать знания о физическом смысле первой производной, способствовать выработке навыков в применении производной к решению задач.

Задание 1. Составьте конспект по теме (используя методические рекомендации).

Задание 2. Найти производные от функции:

1. $y=\frac{x^4}{4}-3x^2+6x-2$
2. $y=\frac{2x^5}{3}-\frac{3}{x}+x$
3. $y=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}-\frac{1}{3x^3}$
4. $y=\frac{1}{\sqrt{x}}+2\sqrt{x}$
5. $y=\frac{1}{x}+2\sqrt[3]{x}-23$
6. y = 2tg x – 3 cos x
7. y = 7sin x+ 5e ^{x}
8. $y=\sqrt{x}$+ctg x
9. $y=2\sqrt[5]{x^3}+\ln x$
10. y= 2 sin x -6 tg x
11. $y=\frac{e^x}{\sqrt{5}}-\frac{\ln x}{\sqrt{3}}$
12. $y=x^4+ctg\,x$
13. $y=\frac{1}{2x}-e^x+\frac{1}{3}\ln x$
14. $y=\sqrt{2}\sin x-\frac{ctg\,x}{5}$
15. $y=e^x-\sin x+\cos x$
16. y = sin x cos x
17. $y=(x^2+x)\ln x$
18. y=tg x e^x
19. y = ctg x cos x
20. $y=(\sin x-\cos x)^2$
21. $y=\frac{x-1}{x+1}$
22. $y=\frac{x^2-2x}{\sin x}$
23. $y=\frac{\cos x}{x+2}$
24. y = sin x tg x
25. y = ctg x cos x

Самостоятельная работа №11

Тема: «Нахождение неопределенных интегралов различными и методами. вычисление определенных интегралов»

Цели: Закрепить умения интегрировать функцию, используя таблицу основных интегралов; закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами; площади криволинейной трапеции.

Задание 1. Таблица интегралов

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad (n \neq -1)$ $\quad \int (kx+b)^n dx = \frac{1}{k} \cdot \frac{(kx+b)^{n+1}}{n+1} + C, \; n \neq -1, k \neq 0$

2. $\int dx = x + C$ $\quad \int k dx = kx + C$ $\quad \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

3. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$ $\quad \int \frac{1}{kx+b} dx = \frac{1}{k} \cdot \ln(kx+b) + C, \quad k \neq 0$

4. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ $\quad \int \sin(kx+b)\, dx = -\frac{1}{k} \cdot \cos(kx+b) + C, \quad k \neq 0$

5. $\int \cos x dx = \sin x + C$ $\quad \int \cos(kx+b)\, dx = \frac{1}{k} \cdot \sin(kx+b) + C, \quad k \neq 0$

6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C \; x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \; n \in \mathbf{Z}.$ $\quad \int \frac{dx}{\cos x} = ln\left|tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right)\right| + C$

7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C \; x \neq \pi n, \; n \in \mathbf{Z}$ $\quad \int \frac{dx}{\sin x} = ln\left|tg\,\frac{x}{2}\right| + C$

8. $\int tg\, x\, dx = -ln|\cos x| + C$

9. $\int ctg\, x\, dx = ln|\sin x| + C$

10. $\int e^x dx = e^x + C$ $\quad \int e^{kx+b} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{kx+b} + C, \quad k \neq 0$

11. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \; (a > 0)$

12. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arctg\,\frac{x}{a} + C$

13. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$

14. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}\right| + C, \; |u| > |a|, \; a \neq 0.$

15. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$ $\quad \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C, a \neq 0$

16. $\int \sqrt{u^2 + a^2} du = \frac{u}{2}\sqrt{u^2 + a^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left|u + \sqrt{u^2 + a^2}\right| + C, \; a \neq 0$

17. $\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{u}{a} + C, \; a \neq 0$

Используя таблицу интегралов, вычислите неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{3}{2t} dt$
2. $\int 3e^{u} du$
3. $\int x^2(1+2x)\, dx$
4. $\int \frac{3dx}{4\sqrt[4]{x}}$
5. $\int x^3(1+5x)dx$
6. $\int \frac{x\sqrt{x}dx}{\sqrt[4]{x^3}}$
7. $\int \frac{(x^2-3)^2}{x^4} dx$
8. $\int \frac{x^3+2}{\sqrt{x}} dx$
9. $\int \left(x+\sqrt{x}-3x^5-\frac{2}{x^3}-\frac{1}{\sin^2 x}\right) dx$
10. $\int \left(\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^3}\right) dx$
11. $\int \frac{2\sqrt{x}}{5x\cdot\sqrt[3]{x}} dx$
12. $\int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx$

Самостоятельная работа № 12

Тема: «Комплексные числа и действия над ними»

Цели: Закрепить выполнение арифметических действий над числами. Закрепить навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной форме записи.

Задание 1 . Сделать конспект по теме.

1. **Критерии оценки внеаудиторной (самостоятельной) работы**

Процент результативности	Балл (оценка)	Критерии оценивания
90-100%	5	— глубокое изучение учебного материала, литературы и нормативных актов по вопросу; — правильность формулировок, точность определения понятий; — последовательность изложения материала; — обоснованность и аргументированность выводов; — правильность ответов на дополнительные вопросы; — своевременность выполнения задания.
70-89%	4	— полнота и правильность изложения материала; — незначительные нарушения последовательности изложения; — неточности в определении понятий; — обоснованность выводов приводимыми примерами; — правильность ответов на дополнительные вопросы; — своевременность выполнения задания.
50-69%	3	— знание и понимание основных положений учебного материала; — наличие ошибок при изложении материала; — непоследовательность изложения материала; — наличие ошибок в определении понятий, неискажающих их смысл; — несвоевременность выполнения задания.
0-49%	2	— незнание, невыполнение или неправильное выполнение большей части учебного материала; — ошибки в формулировке определений, искажающие их смысл; — беспорядочное и неуверенное изложение материала; — отсутствие ответов на дополнительные вопросы; — отсутствие выводов и неспособность их сформулировать; — невыполнение задания.